

ESEN-CPS-BK-0000000/89-ESE

445792



دُرُوسُ الدِّيْنَامِيَّةِ

الجاري تدرسيها لتلامذة السنة الثانية من مدرسة المهندسخانة الخديوية
بمعرفة
حضرة أحمد بك ذهني
ناظر المدرسة

على حسب الجداول التفصيلية للعلوم الجارية تدرسيها بمدرسة المهندسخانة الخديوية الصادر
عليها قرار نظارة المعارف العمومية في ٣٠ أغسطس سنة ١٨٩٤ الجمولة ذي القانون
المدرسة المذكورة المصدق عليه من مجلس النظارة في ٨ يونية سنة ١٨٩٤

طبع
في مدرسة المهندسخانة الخديوية بشاري درب الجماميز سنة ١٨٩٦ افريقية

حقوق الطبع محفوظة للدرس



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

في السنيما تيك الحركات المختلفة تعاريف

والسنيما تيك هو دراسة الحركات بقطع النظر عن القوى التي تحدثها
ويعتبر فيه الطريق الذي يتبعه المحرك والمسافة التي يقطعها والزمن المستعمل لقطعها
ويعتبر في هذا العلم الثانية وحدة للزمن
خط السير - يسمى خط السير الخط المرسوم بنقطة مادية متحركة
والحركة تكون مستقيمة اذا كان خط السير مستقيما ومنحنية اذا كان خط السير منحنيا ودائرية اذا كان خط
السير محيط دائرة
ولأجل ان تكون حركة متحرك معينة يقتضى اولاً معرفة خط السير وثانياً معرفة وضع المحرك في كل لحظة على
خط سيره

قانون الحركة - قانون الحركة هو الارتباط الواقع بين المسافة والزمن
وايضاح هذا القانون بالطريقة التجريبية عبارة عن معادلة الحركة وايضاحه بخط عبارة عن بيان بالطريقة الرسمية
نقطة الاصل - تسمى نقطة اصل المسافات النقطة من خط السير التي يبدأ منها بحساب المسافات الناتجة من
قانون الحركة

ومبدأ الزمان هو اللحظة التي يتدعى منها الزمان المعتبر
مثال معادلة الحركة - لنفرض ان قانون حركة متحرك معين بالمعادلة

$$s = v \cdot t + s_0$$

وان خط السير هو s (ش) ونقطة s_0 منه هي نقطة اصل المسافات فينتد للحصول على وضع المحرك
في نهاية

(٣٣)

في نهاية ثانية مثلا يجعل في المعادلة السابقة $t = 1$ فيحدث

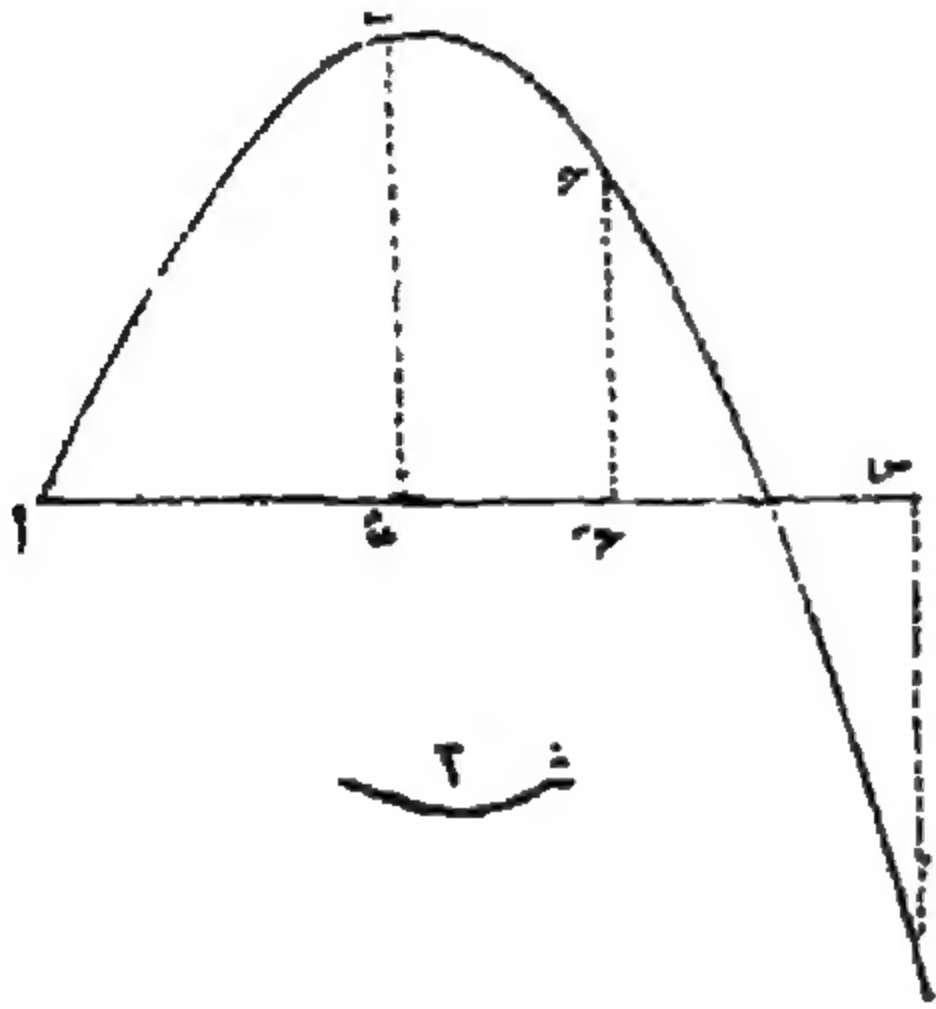
$$m = 3$$



وحينئذ يؤخذ على a بالابتداء من نقطة o طول مساوٍ الى ثلاث وحدات فيجد نقطة m التي هي عبارة عن الوضع المطلوب ايجاده وفي نهاية t يكون $m = 3$

حينئذ يؤخذ بالابتداء من نقطة o في الجهة المضادة للأولى ثلاث

وحدات ويكون m هي وضع المتحرك وبمثل ذلك يمكن الحصول على وضع المتحرك في لحظة ما حينما اتفق بيان الحركة بالطريقة الرسمية - للحصول على المنحنى البياني للحركة - يؤخذ على محور السينات المسعى أيضا بمحور الأزمان أطوال مناسبة للأزمان المعتبرة ثم يؤخذ على الاحداثيات الرأسية المقابلة لتلك الأزمان أطوال مناسبة للمسافات التي قطعها المتحرك بالابتداء من نقطة الأصل في اللحظات المختلفة ثم تجمع النقط المتصلة بخط متصل فهذا الخط يكون هو المنحنى البياني للحركة الذي يسمى أيضا بمنحنى المسافات



فالمنحنى المرسوم في (ش ٢) المتصل بناء على ما ذكر يدل على الحركة التي معادلتها هي المعادلة المذكورة في المثال السابق وهي $m = 3t - t^2$ فيشاهد أنه في مبدأ الزمن كان المتحرك في نقطة اصل المسافات وأنه متباعد عنها في نهاية ثانية وربع ويكون في هذه الحالة على بعد t وهو بعد الاعظم ما يمكن وبعد ذلك فالمتحرك يقرب من نقطة الأصل التي يات فيها في نهاية ثانيتين ونصف ثم يبعد عنها الى ما لا نهاية في الجهة العكسية والحصول بواسطة المنحنى البياني للحركة على وضع المتحرك في لحظة معينة ولكن في نهاية t مثلا يؤخذ على محور الأزمان $t = 2$ فمقدار الاحداثي

الرأسي m يكون هو بعد المتحرك عن نقطة الأصل ثم يؤخذ هذا البعد على خط السير بالابتداء من نقطة o في الجهة الموجبة أو السالبة على حسب إشارة الاحداثي الرأسي فالنقطة المتصلة حينئذ تكون هي وضع المتحرك في اللحظة المعتبرة

تنبيهات

الاول - يجب الاحتراس من الالتباس بين خط السير وبين الخط البياني للحركة اذ ان الخط البياني للحركة يبقى بعينه سواء كانت مستقيمة أو منحنية

الثاني - يمكن الحصول على الخط البياني لقانون الحركة بدون معلومية معادلتها بواسطة عمل عدة تجارب بها يعين وضع المتحرك في ازمان محدودة حينئذ يحصل على عدة نقط تكفي لرسم المنحنى بضبط كاف كلما كانت الاوضاع المرصودة كثيرة ومنحنية جيدة

الثالث أن مقياسي الأزمان والمسافات اختياريان فيشذ اذا اتفق على بيان وحدة الزمن ووحدة المسافات

(٤)

بطول واحد فإن المقياسين يتحذان وتقاس اذن الاحداثيات الافقية والرأسية بواسطة مقياس مشترك ولكن اذا كان المتر والثانية مبدئين بطولين مختلفين فالمقياسان مختلفان عن بعضهما
وحينئذ يلزم الاعتناء بتقدير الاحداثيات الافقية بمقياس الزمان والاحداثيات الرأسية بمقياس المسافات على التناظر

انواع الحركات

قد شاهدنا فيما تقدم أنه بناء على جنس خط السير قد تكون الحركات مستقيمة أو منحنية لكن هذه الحركات تكون منتظمة أو متغيرة بحسب الارتباط الواقع بين المسافة المقطوعة والزمن المستعمل لقطعها أعني بحسب قانون الحركة في التحرك المنتظم

تعريف - التحرك المنتظم - التحرك المنتظم هو الذي فيه يقطع التحرك مسافات متساوية في ازمان متساوية مهما كان صغر تلك الأزمان أعني أنه في التحرك المنتظم تكون المسافات المقطوعة مناسبة للأزمان المستعملة لقطعها السرعة - السرعة في التحرك المنتظم هي المسافة المقطوعة في وحدة الزمن

معادلة التحرك المنتظم

يوجد في هذا التحرك حالتان - الأولى - أن يكون الوضع الابتدائي للتحرك منطبقاً على نقطة اصل المسافات وحينئذ إذا كان مبدأ الأزمان مطابقاً لمبدأ المسافات ورمز بحرف s للمسافة المقطوعة في مدة الزمن t وبحرف v للسرعة فإنه بناء على تعريف التحرك المنتظم يكون

$$s = vt \quad (1)$$

الثانية - أن يكون الوضع الابتدائي مغايراً لنقطة اصل المسافات وفي هذه الحالة إذا كان التحرك في مبدأ الزمن على بعد a من نقطة الأصل o ورمز بحرف s لبعده عن نقطة الأصل المذكور في نهاية الزمن t يكون $s - a$ هي المسافة المقطوعة في مدة الزمن t وحينئذ إذا كانت السرعة هي v فبناء على تعريف التحرك المنتظم يكون

$$s - a = vt \quad (2)$$

$$s = a + vt \quad (3)$$

(تنبيهان) الأول - من القانون (٣) يحدث

$$v = \frac{s - a}{t}$$

أعني أنه يمكن تعريف السرعة بتعريف آخر وهو أنه في التحرك المنتظم تكون السرعة عبارة عن النسبة الكاسئة بين المسافة المقطوعة والزمن المستعمل لقطعها

الثاني - أنه في التحرك المنتظم تكون السرعة ثابتة وأن المسافة هي الدالة بدرجة أولى بالنسبة للزمن

بيان التحرك المنتظم بالطريقة الرسمية

قانون التحرك المنتظم يمكن بيانه بخط مستقيم وفي ذلك حالتان

الأولى - أن يكون التحرك في نقطة أصل المسافات في مبدأ الزمن وفي هذه الحالة يكون الخط ab الدال على قانون التحرك

الحرك المتظم هو خط مستقيم

لأنه بناء على التعريف الثاني للسرعة يكون (ش ٣)

$$\frac{ب ت}{أ ت} = \frac{ج ح}{أ ح} = \frac{د س}{أ س}$$

وحيث تكون المثلثات القائمة الزوايا أ ب ت ، أ ح د ، أ س د متشابهة وتكون الزوايا ب أ ت ، ح أ د ، س أ د متساوية وعليه فتكون النقط ب ، ح ، د ، ... الخ موجودة على مستقيم واحد يدل على

قانون الحرك المتظم

الثانية - ان لا يكون الحرك في نقطة أصل المسافات في مبدأ الزمن وفي هذه الحالة نفرض أنه في مبدأ الزمن يكون الحرك على بعد أ (ش ٤) من نقطة أصل المسافات وحيث إذا مددنا من نقطة أ مستقيماً موازاً لمحور الأزمان يحدد على الأحداثيات الرأسية اجزاء ب ، ح ، د ، ... الخ دالة على المسافات المقطوعة في الأزمنة أ ب ، أ ح ، أ د ، ... الخ

ويؤدل الأمر حيث أن الحالة السابقة

وعلى ذلك فيكون الخط المستقيم أ د على حرك متظم فيه أ ب هي المسافة الابتدائية

فإذا كانت الأزمان والمسافات منسوبة إلى مقياس واحد فسرعة

الحرك المتظم تتعين بظل الزاوية الواقعة بين المستقيم البياني للحركة ومحور الأزمان فإذا كان المطلوب تعيين سرعة الحرك المتظم المبين بالمستقيم أ د (ش ٥)

فأنه بناء على تشابه المثلثات يكون

$$\frac{ب ت}{أ ت} = \frac{ج ح}{أ ح} = ع$$

وإذا رمزنا بحرف أ للزاوية الواقعة بين المستقيمين أ ب ، أ ح

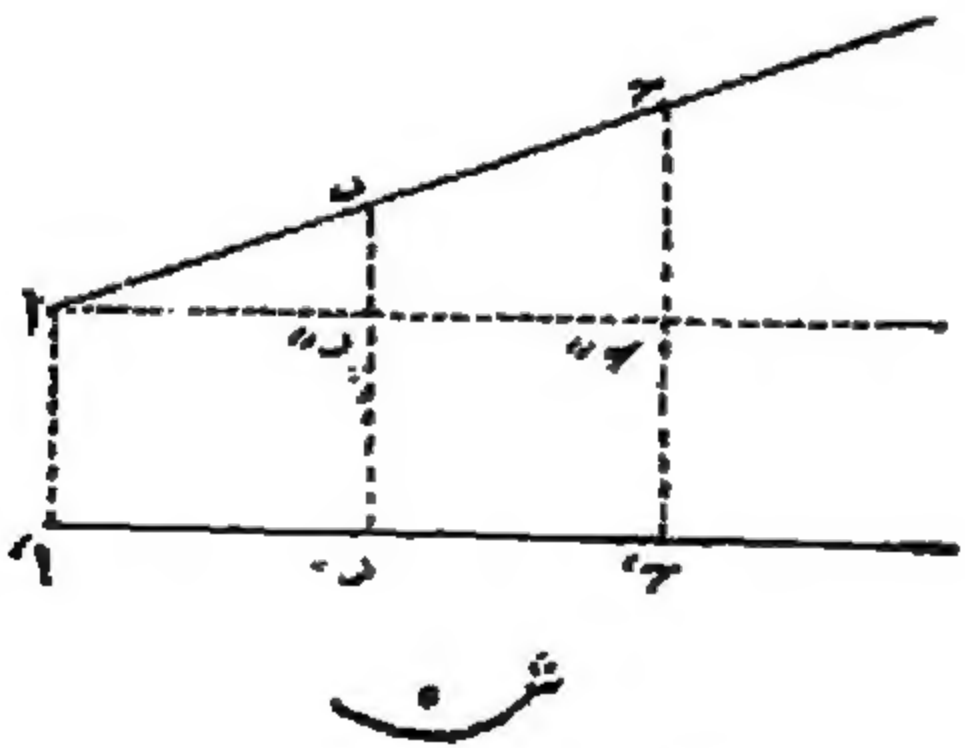
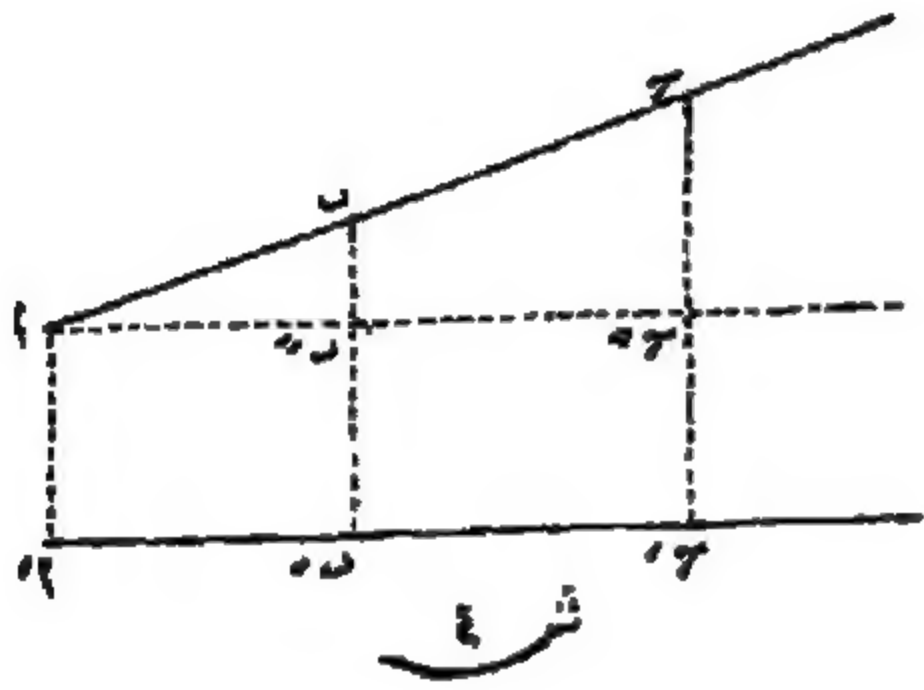
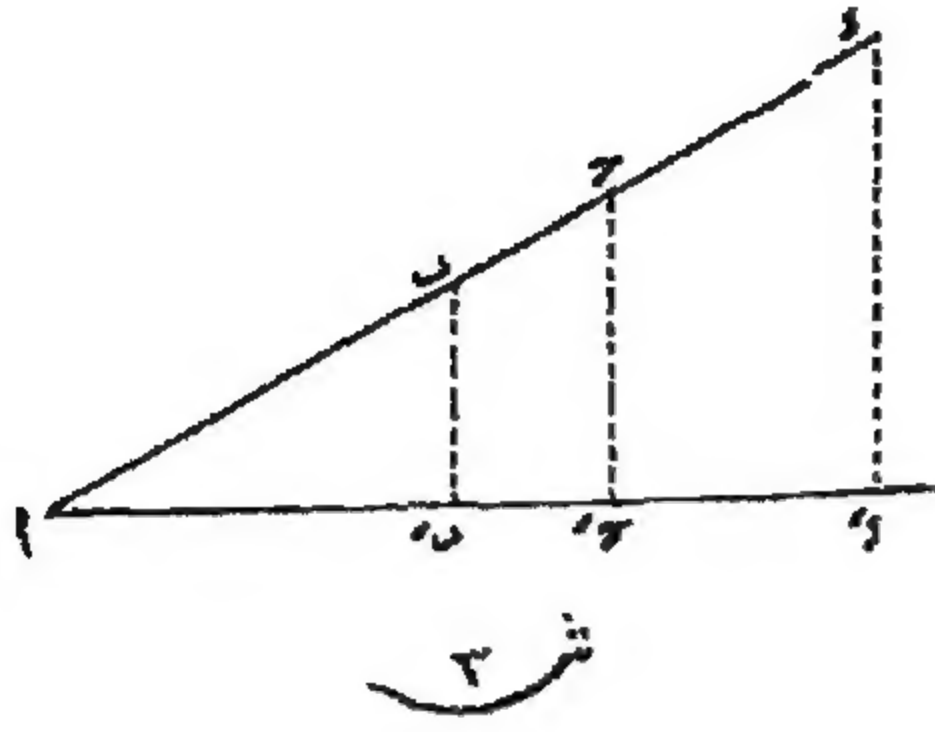
يحدث $\frac{ب ت}{أ ت} = ط أ$ ومنها

$$ع = ط أ$$

تنبيهات - الأول - لأجل الحصول على مقدار هذا الظل يؤخذ

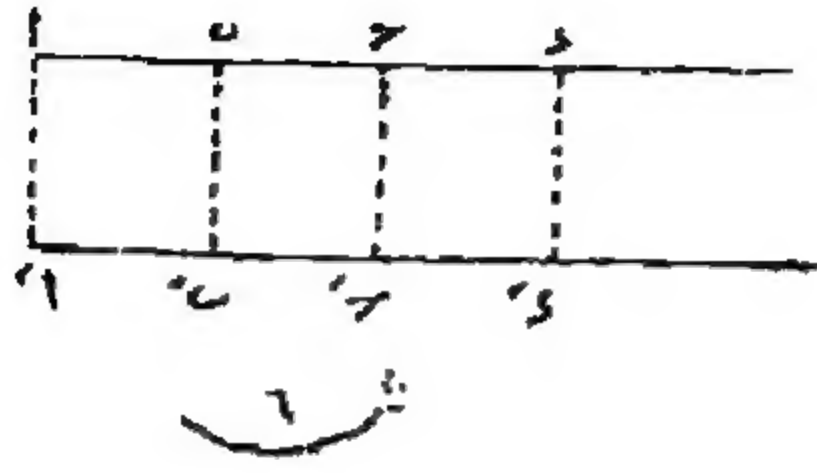
أ ت مساوياً للوحدة ثم يقاس ب ت فالعدد المحصل يكون مساوياً إلى ط أ

الثاني - معادلات المقاييس المختة للأزمان والمسافات فإن سرعة الحرك المتظم تكون مساوية للعامل الزاوي لمستقيمها البياني والمعامل الزاوي لمستقيم منسوب لمحورى أحداث هو خارج قيمة فرق أحداثين موازيين لمحور الصادات مقدراً بمقياس المسافات على فرق الأحداثين الموجودين على محور السينات المقابلين لهما مقدراً بمقياس الأزمان والمعامل الزاوي لا يصير مساوياً لظل الميل إلا إذا كان المحوران متعامدين



وكان المقياسان متعديين

وقد يرسم أحيانا الخط البياني للسرعة بأن يؤخذ على محور الأحداثيات الأفقية أبعاد مناسبة للأزمنة
وعلى الأحداثيات الرأسية أطوار مناسبة للسرع المقابلة لها



وحيث ان السرعة في التحرك المنتظم ثابتة فخطها البياني يكون موازيا
الى محور الأحداثيات الأفقية والطول Δ يكون دائما على مقدار
السرعة (ش ٦)

الحركة المستقيمة المتغيرة

تعريف - التحرك المتغير هو الذي لا تكون فيه المسافات المقطوعة مناسبة للأزمنة المستعملة لقطعها
السرعة المتوسطة - السرعة المتوسطة هي سرعة الحركة المنتظمة التي يستعملها المتحرك في المدة المفروضة لقطع نفس
المسافة التي قطعها بحركة متغيرة



فإذا فرض متحرك م (ش ٧) يتحرك على مستقيم ا ب بحركة متغيرة
وفرض انه في أثناء الزمن t قطع المسافة m م فسرعة المتوسطة
تكون $\frac{m}{t}$

السرعة في لحظة معينة - السرعة في لحظة معينة هي النهاية التي تميل اليها نسبة ازدياد المسافة الى ازدياد الزمن
حتى صفر ازدياد الزمن بلا نهاية

فإذا فرض جرف h للمسافة المقطوعة في نهاية الزمن t وبالحرف h' للمسافة المقطوعة في نهاية الزمن t' $t' < t$
فالفرق $h - h'$ يكون هو ازدياد المسافة في مدة المسافة الزمنية $t - t'$ وتكون النسبة $\frac{h - h'}{t - t'}$ هي السرعة
المتوسطة في هذه المسافة الزمنية ومتى نقص ازدياد الزمن t ومال نحو الصفر فإن ازدياد المسافة
 $h - h'$ ينقص ويميل ايضا نحو الصفر لكن النسبة $\frac{h - h'}{t - t'}$ تميل نحو نهاية معينة وتسمى بالسرعة في نهاية الزمن
 t بالضبط

وقد يمكن ان يقال أيضا ان السرعة في نهاية الزمن t هي النهاية التي تميل اليها السرعة المتوسطة بالابتداء من الزمن
 t حينما تنقص المدة الزمانية المفروضة بلا نهاية

تنبيه - وإذا قسم الزمن الذي فيه حصلت الحركة المتغيرة الى عدد كبير من الاقسام المتساوية التي يقطعها المتحرك
في كل منها بانتظام نفس المسافة التي قطعها بحركة متغيرة فإن الحركة الجديدة تختلف قليلا عن الحركة المتغيرة كلما
كانت اللقطات المذكورة كثيرة جدا وإذا كانت تلك اللقطات صغيرة بقدر ما يراد فإن الحركتين يكونان متساويتين
وبناء على ذلك يشاهد ان سرعة الحركة المتغيرة في لحظة معينة عبارة عن سرعة الحركة المنتظمة الجزئية
المقابلة للحظة المذكورة

تعيين السرعة

سنشاهد كيفية الحصول على مقدار السرعة في لحظة ما بعد معرفة قانون الحركة اما بمعادلة أو بمنحنى

الأول

(٧)

الأول - إذا كان قانون الحركة معلوما بمعادلة وكان المطلوب تعيين السرعة في نهاية الزمن من الحركة معلومة بمعادلة $m = k \cdot t$ الذي فيها h رمز للمسافة المقطوعة ، k مقدار ثابت حيثما اتفق ، t الزمن المفروض فإنه في نهاية الزمن t يكون المسافة المقطوعة هي

$$h = k \cdot (t + t_0) = k \cdot t + k \cdot t_0$$

وحيث أن تكون المسافة المقطوعة في مدة الزمن t هي

$$h - k \cdot t = k \cdot t_0$$

وإذا قسم طرفي المعادلة على t يتحصل على السرعة المتوسطة في مدة الزمن t هكذا

$$\frac{h - k \cdot t}{t} = k$$

وإذا فرض أن t تنقص شيئا فشيئا وتميل نحو الصفر فالحد $k \cdot t$ يميل نحو الصفر أيضا وعند النهاية يكون

$$h = k \cdot t$$

وهي السرعة في نهاية الزمن t وحيث أن t إذا زادت لها بالحرف c يكون

$$c = k \cdot t$$

وثانيا إذا كان قانون الحركة معلوما بمنحنى وكان المطلوب تعيين السرعة في نهاية الزمن من حركة معلومة بمنحنى إحداثيات الرأسية والافقية منسوبة لمقياس واحد

يتخذ على محور الافقيات البعد t مساويا للزمن t والبعد h مساويا للزمن أكبر من t وحيث أن فالمنحنى يقطع المسافة h أثناء زيادة الزمن t وسرعته المتوسطة في هذه المدة تكون (ش ٨)

$$\frac{h}{t} = \frac{h}{t} = \text{طاحه}$$

لكن إذا نقص الزمن t فإن النقطة h تقرب شيئا

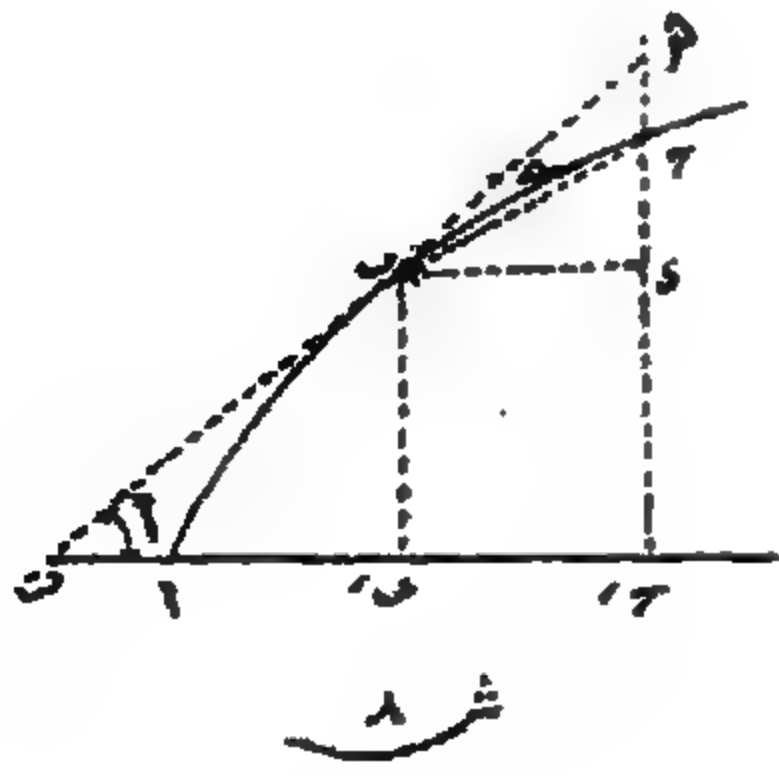
فشيئا من النقطة h والسرعة المتوسطة لاتزال مبينة

بظل الزاوية المتكونة بين الوتر h والمستقيم h

وفي النهاية عند انطباق النقطة h على h فالقاطع

h يصير مماسا في نقطة h وتكون السرعة في اللحظة

المفروضة مبينة بظل زاوية h أو $طاحه$ *



(*) ملحوظة - ولأجل الحصول على مقدار هذا الظل يتخذ $t = h$ الوحدة ونجد الاحداثيات

الرأسي h إلى النقطة h التي هي نقطة تقابله مع $t = h$ فطول h يكون

مساويا إلى $طاحه$

وحينئذ إذا كانت الأزمان والمسافات مبينة بمقياس واحد فالسرعة في لحظة معينة تكون مبينة بظل الزاوية الواقعة بين محور الأزمان وبين المماس للحنى في النقطة المقابلة للحظة المذكورة
تنبيه - وإذا لم تكن المسافات والأزمان منسوبة لمقياس واحد فإن السرعة في اللحظة τ تكون متناسبة إلى τ فقط لأنه إذا كان $\frac{1}{\tau}$ هو العدد الذي يلزوم أن تضرب فيه الأحداثيات الأفقية كي تكون وحدة الأزمان مبينة بمقياس كوحدة المسافات فإن السرعة المتوسطة أثناء ازدياد الزمن المبين بالمستقيم τ تكون هي

$$c : \tau = \frac{c}{\tau} = c \cdot \frac{1}{\tau} = c \cdot \tau$$

وحيث أن c عدد ثابت فكون السرعة في اللحظة τ هي

$$c = \tau$$

وبالمثل في الأزمان τ_1, τ_2, \dots الخ تكون السرعة هي $c = \tau_1, c = \tau_2, \dots$ الخ وأذن يكون

$$c = \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau$$

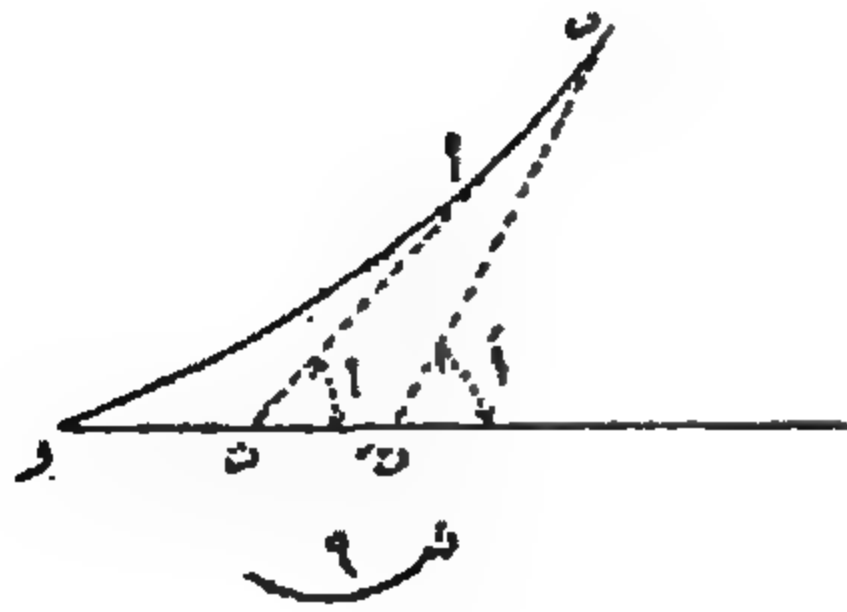
وعليه فالسرعة تكون متناسبة للظلال المطابقة لها

ويمكن أن يقال أيضا أنه في جميع الأحوال تكون السرعة مساوية إلى المعامل الزاوي للمماس للخط البياني لقانون الحركة

تنبيه - قد شاهدنا فيما تقدم أن الحركة المتغيرة يمكن اعتبارها مركبة من حركات منتظمة أزمانها صغيرة بقدر ما يراد وسرعتها مختلفة وحينئذ فكل جزء من الأجزاء المستقيمة المكونة للحنى τ يكون هو المستقيم البياني لأحد هذه الحركات الجزئية

والمماس τ يكون هو الخط البياني للحركة الجزئية المقابلة للنقطة τ وعليه يكون τ يدل على سرعة الحركة الجزئية المذكورة

الحركة العجالية

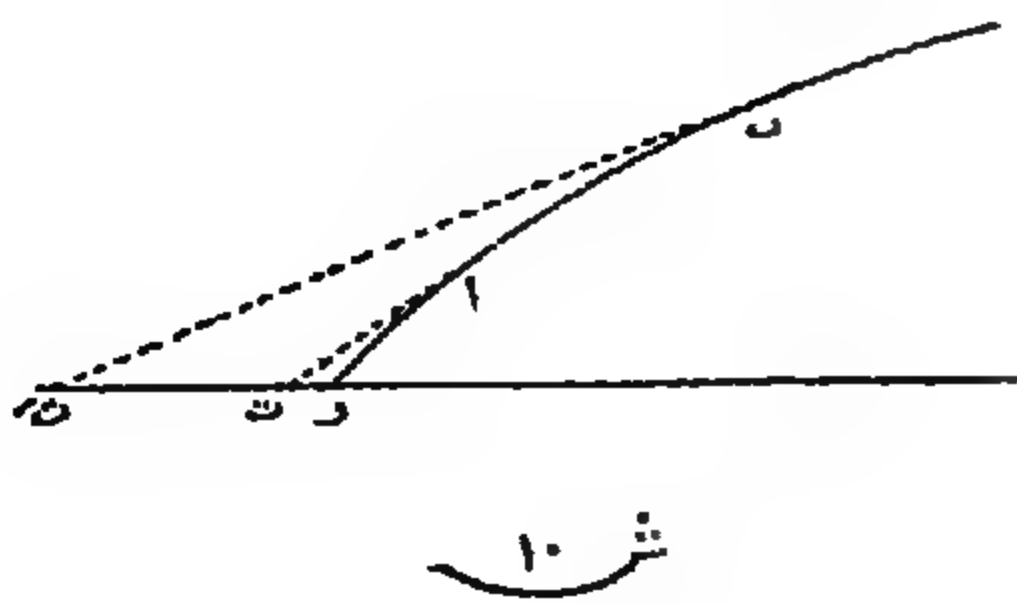


لحركة تكون عجيبة متى أخذت السرعة في الازدياد والمخني البياني لهذه الحركة يكون تحديده بمتجهتها نحو الجهة الموجبة لمحور الأزمان حيث أنه في هذه الحالة تكون الزاوية τ آخذة في الكبر بالاستمرار كما يشاهد من (ش ٩)

الحركة التقصيرية - الحركة تكون تقصيرية متى أخذت في النقص

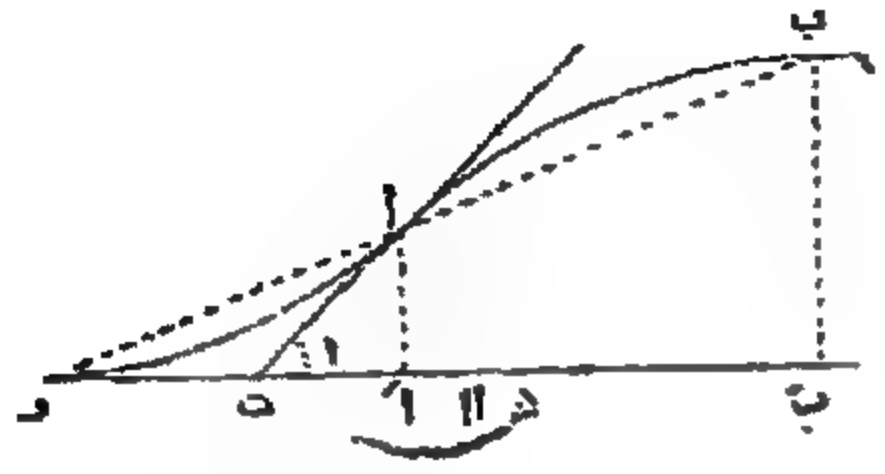
وفي هذه الحالة يكون تغير المخني البياني للمسافات بمتجهتها نحو الجهة الموجبة لمحور الأزمان وأن الزاوية τ تأخذ في النقص بالاستمرار

كما يشاهد من (ش ١٠)



(٩)

الحركة الدورية - الحركة تكون دورية اذا اخذت السرعة بعد مسافات زمنية متساوية نفس المقادير التي كانت اخذتها من قبل والدور هو الزمن الذي يفصل اللحظات المتتالية التي فيها تأخذ السرعة نفس سلسلة المقادير والخط البياني لقانون الحركة الدورية هو منحنى متناوب ففي الحركة المبينة بالمنحنى و ab تكون السرعة ابتداء معدومة ثم تزايد في انشاء الزمن و a ش a الذي في نهايته تصل الى النهاية الكبرى ثم تناقص في مدة الزمن ab الذي في نهايته تصير معدومة ثم تأخذ بعد ذلك نفس المقادير التي كانت اخذتها من قبل



وحينئذ يكون الزمن ab هو دور والمستقيم ab يدل على الحركة المنتظمة التي سرعتها هي السرعة المتوسطة في مدة الدور وامثلة الحركات الدورية كثيرة منها حركة البندول وحركة مكبس آلة بخارية وحركة

الارض حول الشمس الخ ففي الحالتين الأوليتين السرعة تنعدم مرتين في الدور الواحد لتغير اشارتها وفي الحالة الثالثة السرعة تتغير بين نهايات متقاربة جدا وهذا هو السبب في عدم تساوي الأيام الشمسية ويستعاض عادة الزمن الحقيقي بزمن متوسط فيه تكون الازمان متساوية (راجع علم القسوم ج ١ ص ١٢١)

في الحركة المنتظمة التغير وسقوط الأجسام

تعريف - الحركة المنتظمة التغير هي التي تتغير فيها السرعة بكميات متساوية في أزمنة متساوية

فاذا تزايدت السرعة فالحركة تكون منتظمة والمجلة واذا تناقصت السرعة فالحركة تكون منتظمة التقصير

المجلة - الكمية الثابتة التي تتغير فيها السرعة في كل وحدة زمنية في الحركة المنتظمة التغير تسمى بالمجلة والمجلة تكون موجبة في الحركة العجلية وسالبة في المجلة التقصيرية

قانون السرعة

اذا فرض بالرمز v للسرعة الابتدائية أعني سرعة في مبدأ الزمن t وبالرمز v' للمجلة فحيث أن السرعة تزداد في كل وحدة زمنية بالكمية v' فانها تزداد بالمقدار $v't$ في مدة الزمن t وحينئذ اذا فرضنا جرف v للسرعة في نهاية الزمن t يكون قانون السرعة هو

$$v' = \frac{v - v_0}{t}$$

واذا كان الجسم خارجا عن السكون فان السرعة الأصلية تكون معدومة ويقول قانون السرعة الى

$$v' = \frac{v}{t}$$

واذا كانت الحركة منتظمة التقصير فالمجلة تكون سالبة ويكون

$$v' = -\frac{v}{t}$$

قانون المسافات

اذا كان المطلوب إيجاد المسافة المقطوعة بحركة منتظمة العجلة في مدة الزمن t بمحرك سرعة ابتدائية v_0 ومجلته v' ونقسم الزمن t الى مسافات زمنية متساوية عددها n والاختصار نجعل $\frac{t}{n} = \Delta t$ فيرى أن السرعة

في مبدأ كل من المسافات الزمانية المذكورة هي

$$\begin{aligned} \bar{c} &= \bar{c} \\ \bar{c} &= \bar{c} + v \\ \bar{c} &= \bar{c} + v_2 \\ &\dots \dots \dots \end{aligned}$$

$$\bar{c} = \bar{c} + (1-p)v$$

وإذا اعتبرنا أن السرعة في كل من هذه المسافات الزمنية ثابتة فالمسافات المقطوعة تكون

$$\begin{aligned} \bar{c} &= \bar{c} = \bar{c} \\ \bar{c} &= \bar{c} + v \\ \bar{c} &= \bar{c} + v_2 \\ &\dots \dots \dots \end{aligned}$$

$$\bar{c} = \bar{c} + v + (1-p)v$$

وحاصل جمع هذه المسافات وهو \bar{c} يكون مساوياً إلى

$$\bar{c} = \bar{c} + v \{ (1-p) + \dots + 3 + 2 + 1 \}$$

وبتعويض v بمقدارها وهو $\frac{1}{n}$ يحدث

$$\bar{c} = \bar{c} + \frac{1}{n} \{ (1-p) + \dots + 3 + 2 + 1 \}$$

وحينئذ كلما تزايد n فالمسافة الزمانية \bar{c} تنقص وبمجموع الحركات الجزئية المفروضة يقرب دائماً من الحركة

المنتظمة البهجة المذكورة وعند النهاية تتحد معها

وحينئذ للحصول على المسافة \bar{c} المقطوعة بحركة منتظمة البهجة في مدة الزمن n يلزم أخذ نهاية المقدار

السابق عند ازدياد n إلى ما لا نهاية فيكون

$$\bar{c} = \bar{c} + \frac{1}{n} \{ (1-p) + \dots + 3 + 2 + 1 \}$$

$$\bar{c} = \bar{c} + \frac{1}{n} \{ (1-p) + \dots + 3 + 2 + 1 \}$$

تليها

الأول - في حالة ما يكون الحركة منتظمة التقصير يكون

$$\bar{c} = \bar{c} - \frac{1}{n}$$

الثاني - إذا كانت السرعة الابتدائية معدومة يكون $\bar{c} = \bar{c}$. وحينئذ يكون

$$\bar{c} = \bar{c}$$

وإذا اعتبرنا جرف \bar{c} للمسافتين المقطوعتين في مدة الزمن n و \bar{c} يكون

$$\bar{c} = \bar{c} = \bar{c}$$

(١١)

ومنها يحدث $\frac{u}{v} = \frac{u}{v}$

وحينئذ حينما يخرج المتحرك من السكون فالمسافات المقطوعة تكون مناسبة لمربعات الأزمان المستعملة لقطعها

الثالث - إذا كان في القانون $(u = \frac{u}{v})$ $v = 1$ يكون

$$u = \frac{u}{v} \text{ ومنه يحدث } u = u$$

أعني أنه في الحركة المنتظمة العجلة إذا خرج المتحرك من السكون فالعجلة تكون ضعف المسافة المقطوعة في وحدة الثانية الأولى

الرابع - يمكن وضع القانون

$$u = \frac{u}{v} + \frac{u}{v} \text{ بالصورة الآتية}$$

$$u = (\frac{u}{v} + \frac{u}{v}) v$$

ولكن $\frac{u}{v} + \frac{u}{v}$ أو $\frac{u}{v} + \frac{u}{v}$ عبارة عن السرعة في منتصف الزمن v وحينئذ تكون المسافة المقطوعة بحركة منتظمة العجلة هي في زمن معين عين المسافة التي يقطعها المتحرك بانتظام في المدة المذكورة بسرعة مساوية للسرعة المقابلة لمنتصف الزمن v

مسئلة

ما مقدار السرعة التي اكتسبها متحرك قطع المسافة u بحركة منتظمة العجلة لذلك يقال إذا عوض في القانون

$$u = \frac{u}{v} + \frac{u}{v}$$

الزمن v بمقداره المستخرج من القانون

$$u = \frac{u}{v} + \frac{u}{v} \text{ أعني بالمقدار}$$

$$u = \frac{u}{v} + \frac{u}{v} \text{ يتحصل}$$

$$\frac{u}{v} + \frac{u}{v} = \frac{u}{v} + \frac{u}{v}$$

$$u = \frac{u}{v} + \frac{u}{v} = \frac{u}{v} + \frac{u}{v} \text{ ومنه يحدث}$$

$$u = \frac{u}{v} + \frac{u}{v} \text{ ومنه يحدث}$$

فإذا كانت السرعة الابتدائية معدومة فالقانون يؤدي إلى

$$u = \frac{u}{v}$$

وإذا كانت الحركة منتظمة التغير يكون

$$u = \frac{u}{v}$$

العجلة في التحرك المستقيم حيثما اتفق - العجلة المتوسطة - العجلة المتوسطة لحركة متغيرة حيثما اتفق في زمن معين هي عجلة التحرك المنتظم التغير الذي يستعمله المتحرك في المدة المفروضة لقطع نفس المسافة التي قطعها بحركة متغيرة

متغيرة

فقياسا على كون مقدار الجلة $و = \frac{ع-ع}{ع}$ المستخرج ذلك من قافوت
 $ع = ع + و$

تكون الجلة المتوسطة هي النسبة الكائنة بين ازدياد السرعة وبين ازدياد الزمن
 اعني اذا فرض ان متحركا يتحرك بحركة مستقيمة متغيرة حيثما اتفقت ورمز برمزي $ع$ $اع$ لسرعته في الزمن
 $ز$ ، ($ز + و$) تكون الجلة المتوسطة في مدة الزمن $و$ هي $\frac{ع-ع}{و}$
 الجلة في لحظة معينة - الجلة في لحظة معينة هي النهاية التي تميل اليها نسبة ازدياد السرعة الى ازدياد الزمن
 حينما يميل ازدياد الزمن نحو الصفر

فحينئذ اذا مال $و$ نحو الصفر فالكمية $ع-ع$ $ع$ تميل نحو الصفر أيضا انما الجلة المتوسطة $\frac{ع-ع}{و}$ تميل نحو نهاية
 معينة $و$ وتكون هي بحسب التعريف عبارة عن الجلة في اللحظة $ز$ اعني أن
 $و =$ نها $\frac{ع-ع}{و}$ عندما تميل $و$ نحو الصفر

(الارتباطات الجبرية الواقعة بين المسافة والسرعة والجلة في الحركة المستقيمة المتغيرة)
 النهاية التي تميل اليها النسبة الكائنة بين ازدياد دالة $ص$ وازدياد متغيرها $س$ حينما يميل هذا المتغير نحو الصفر
 تسمى مشتقة $ص$ بالنسبة للكمية $س$

اعني اذا كانت $ص = و (س)$

فمشتقة الدالة تبين هكذا

$ص = و (س)$

ففي حركة مستقيمة حيثما اتفقت المسافة $هـ$ والسرعة $ع$ والجلة $د$ هي دوال للمتغير $ز$
 وبناء على التعاريف السابقة تكون السرعة مشتقة المسافة والجلة مشتقة السرعة
 فاذا وضعنا $هـ = و (ز)$ يكون

$ع = هـ = و (ز)$ وتكون

$و = ع = هـ = و (ز)$

ومعلوم في علم الجبر أولا ان مشتقة حاصل الجمع تساوي مجموع مشتقات اجزائه
 ثانيا ان مشتقة دالة صحيحة مثل $ع ز$ يتصل عليها بالقافوت
 $د ع ز = ١$

مثال ذلك اذا كانت $هـ = ع + د ز + د ز + د ز$

فيكون $ع = د + د ز + د ز + د ز$

$و = د + د ز + د ز$

سقوط الأجسام

من الامثلة المهمة للحركة المنتظمة الجلة سقوط الاجسام في الفراغ وسقوط الاجسام يتبع هذه القوانين الثلاثة

المثلاثة الآتية

الاول - جميع الاجسام تسقط بسرعة واحدة في الفراغ

الثاني - المسافات المقطوعة تكون مناسبة لمربعات الازمان المستعملة لقطعها

الثالث - السرعة تكون مناسبة لزمن السقوط

ويمكن تحقيق القانون الاول بواسطة انبوبة نيوتون والاثنان الآخران بالمستوى المائل لغاليل وبآلة آتود وجهاز موران وغير ذلك

تجارب غاليلى

قد استعمل غاليلى المستوى المائل لأجل إيجاد قوانين سقوط الاجسام وهذا المستوى عبارة عن خيط مشدود تتدحرج عليه كرة معلق في حاملها ثقل ويمكن ابطاء السرعة على حسب الارادة بتقليل زاوية المستوى المائل ثم تقاس المسافات المقطوعة بضبط تام نستنتج منها القوانين المطلوبة وقد شاهد غاليلى ان المسافات المقطوعة في المسافات الزمنية المتتالية المتساوية تكون مناسبة للأعداد الفردية

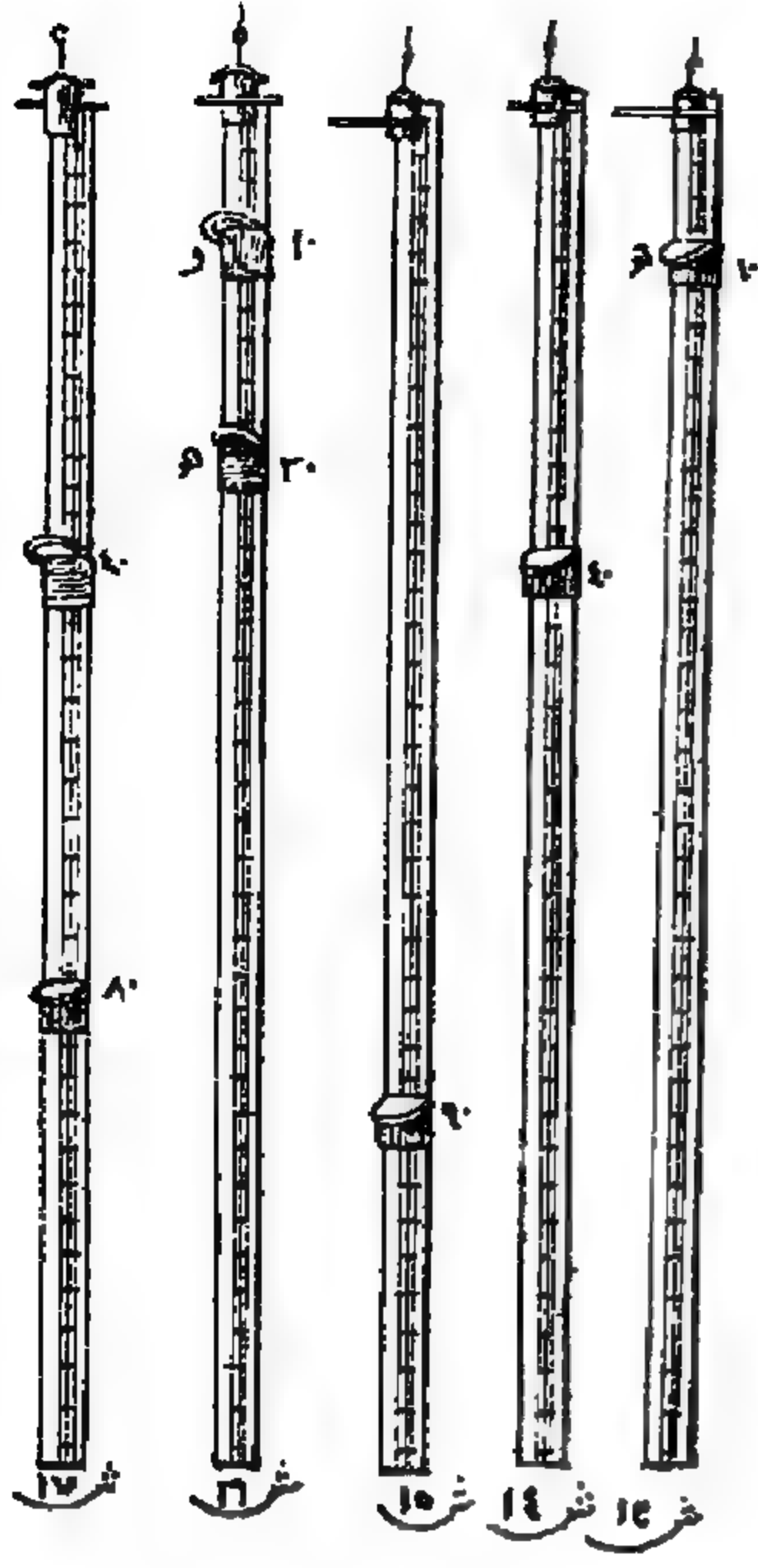
ولكن من المعلوم ان مجموع الأعداد الفردية الاولى التى عددها n هي n^2 فحينئذ للمسافات المحسوبة من ابتداء اللحظة الابتدائية هي مناسبة لمربعات الأزمان

آلة آتود

تتركب آلة آتود من بكرة خفيفة h ش 12 يمر على مقعرها خيط رفيع من الحديد يجل في طرفيه ثقلين h و 12 يحد ثان مع بعضهما توازنا فاذا وضع على احد هذين الثقلين ثقل اضافي 1 فيتحرك الثقلان ولخيط في الاتجاه الذى يمنع فيه هذا الثقل وبما ان الثقل 1 يحرك اثناء سقوطه الثقلين h و 12 ينتج أن حركة تكون بطيئة عنها اذا سقط بمفرده في الفراغ وبذا تكون هذه الحركة سهلة المشاهدة ومقاومة الهواء للجسم غير محسوسة

قانون المسافات - لأجل تعيين القانون الذى تتغير تبعاله المسافات التى يقطعها الجسم الساقط في الازمنة المتتالية تستعمل مطرة رأسية مقسمة يسقط أمامها الثقل h و 12 فيوقف أولا هذا الثقل أمام صفر المطرة الى اللحظة التى تبدئ فيها ثابته معينة يعرف ابتداءها بدق ساعة ثم يجب بالاستقراء أى باعادة التجربة عدة مرات عن النقطة من المطرة التى يلزم ان يوضع فيها قرص افقى h ينزلق على المطرة بواسطة فكين يمكن تثبيتها عليها بواسطة سمار مقلوظ ش 13 حتى يسمع ملاسة الثقل الساقط له مع دق الساعة الدال على انتهاء الثانية فتعلم





حينئذ المسافة م التي تقطع في ثانية ثم تعين بهذه الطريقة على التوالي المسافات م ، م ، م التي تقطع في ثايتين ثم في ثلاث ثوان وهكذا
 ش ١ ش ٢ ش ٣ فمقادير هذه النتائج يبعثها يرى أن المسافات
 م ، م ، م مناسبة للأعداد ١ ، ٤ ، ٩ أعني لمربعات الألفنة وهذا
 القانون هو ما يعبر عنه بقانون المسافات

قانون السرعة

إذا أريد قياس السرعة المكتسبة في الأوقات المختلفة من الحركة تشمل
 حلقة و تنزلق على المسطرة بنكين ش ١ وهذه الحلقة تسبح بمرور
 الثقل و منها من غير أن يلامسها وتبقى سير الثقل الإضافي و
 لطول شكله فتوضع أولا الحلقة و على القسم م بحيث أنها تمنع الثقل
 الإضافي و من السقوط بعد الثانية الأولى فبعد هذه اللحظة يتحرك
 الثقل و حركة منتظمة بالسرعة التي كان عليها عند حذف الثقل الإضافي
 و فيجئ حينئذ كما سبق عن النقطة من المسطرة اللازم وضع القرص و

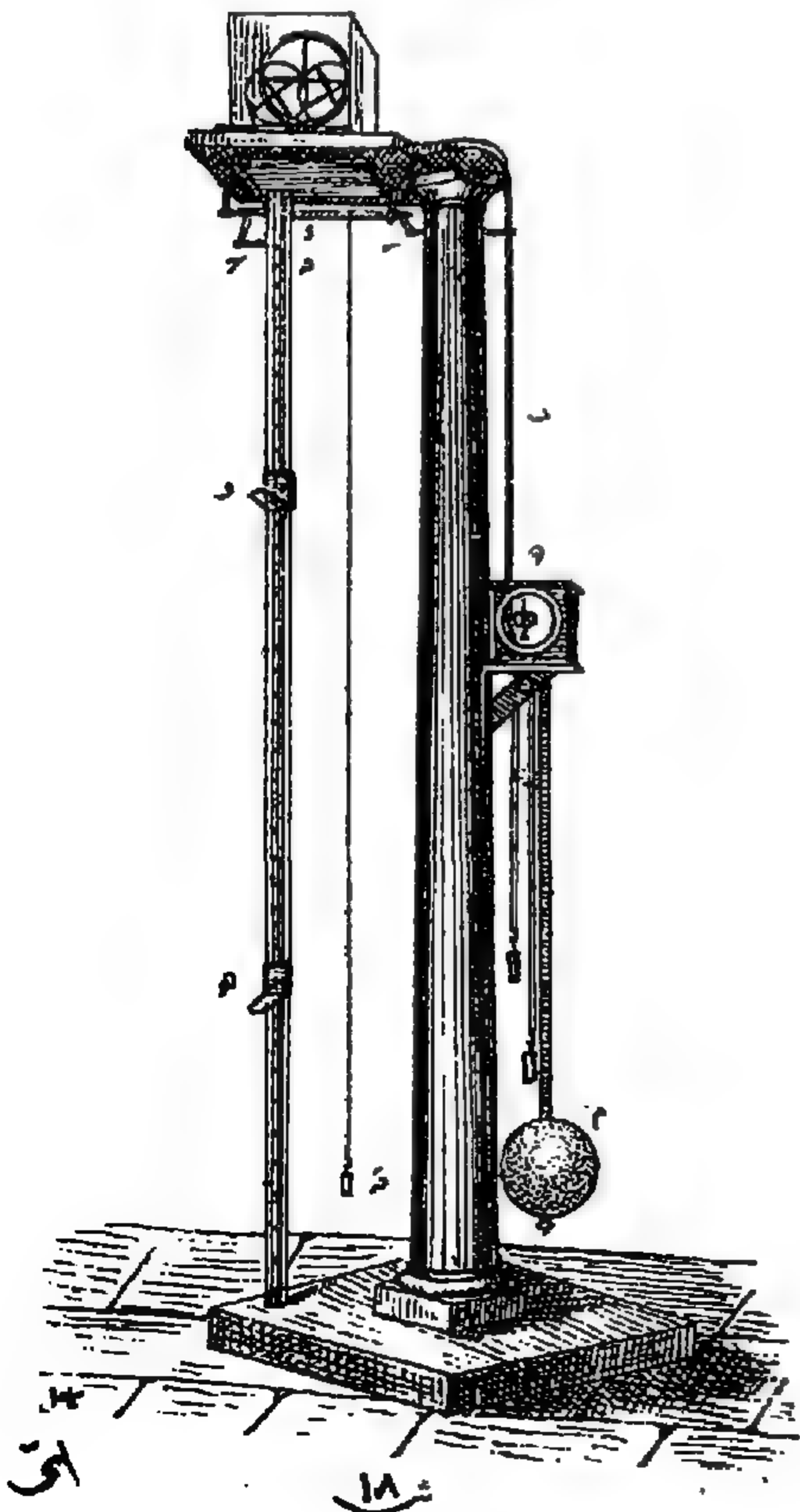
فيها حتى يسمع صوت مصادمة الثقل له في انتهاء ثانية بعد إيقاف الثقل و فالبعد بين النقطتين و ، ه
 يكون عبارة عن المسافة التي تقطع في ثانية أثناء

هذه الحركة المنتظمة أعني السرعة التي اكتسبها الجسم
 بوصوله إلى نقطة و وحفظها أثناء تحركه من و إلى
 ه ولكن س هذه السرعة ثم تعين بهذه الطريقة
 السرعة م ، م ، م التي يكتسبها الجسم بعد ثايتين
 ش ١ ثم ثلاث ثوان و م فوجد أن س ، م ، م
 م ، م مناسبة للأعداد ١ ، ٤ ، ٩ أعني
 مناسبة للألفنة وهذا القانون هو ما يسمى بقانون
 السرعة وآلة أتود المستعملة الآن لاثبات قانون
 سقوط الأجسام مبينة بتامها في ش ١٨

وقد جرد معادلتان جبريتان لبيان قانون سقوط
 الأجسام في الفراغ وهما

$$م = ح ت^2 \quad س = ح ت$$

وفي هاتين المعادلتين م تدل على المسافة التي يقطعها
 الجسم ، ت الزمن المستعمل لقطع هذه المسافة ، س السرعة



التي يكتبها الجسم بعد الزمن n أما c فهو عدد ثابت يدل على المقدار الذي تزيد به سرعة الأجسام الساقطة في الفراغ في كل ثانية ويسمى بالجلة وهو يختلف باختلاف العروض ومقدار في مصر يساوي ٩٧٩١٢ متر

جهاز مودرات

هذا الجهاز يتككب كما في ش ١٩ من اسطوانة رأسية ٢ مغطاة بفرخ من الورق وتتحرك بواسطة ثقل ب يرك

الطارة حـ وهذه الطارة تتشقق من جهة مع برمية غير منتهية عـ مصنوعة على محور الاسطوانة وتتصلقة من الجهة الثانية مع برمية غير منتهية أيضا عـ محورها الرأسى حامل لاجنحة د ا و هـ فتعمل لتنظيم الحركة والثقيل ط المحصورين دليلين من المعدن يحمل قلا راسا هـ يرتكز على جسم الاسطوانة بواسطة و بذلك

وحينما نقدر حركة الاسطوانة منتظمة يترك الثقل ط ونفسه بواسطة
سقاطه لوم فالتعلم يرسم على الاسطوانة الخط البياني للحركة
وهذا الجهاز له أهمية عظيمة فيسمح لدراسة حركة الجسم في سقوطه
المطلق ولايجاد المسافة المقطوعة في مدة زمن صغير بقدر ما يراد وزيادة
على ذلك فان نتائج التجارب تتعين بنفس الجسم الساقط مباشرة ولا
يحتاج للمهارة المحرج

قانون المسافرات

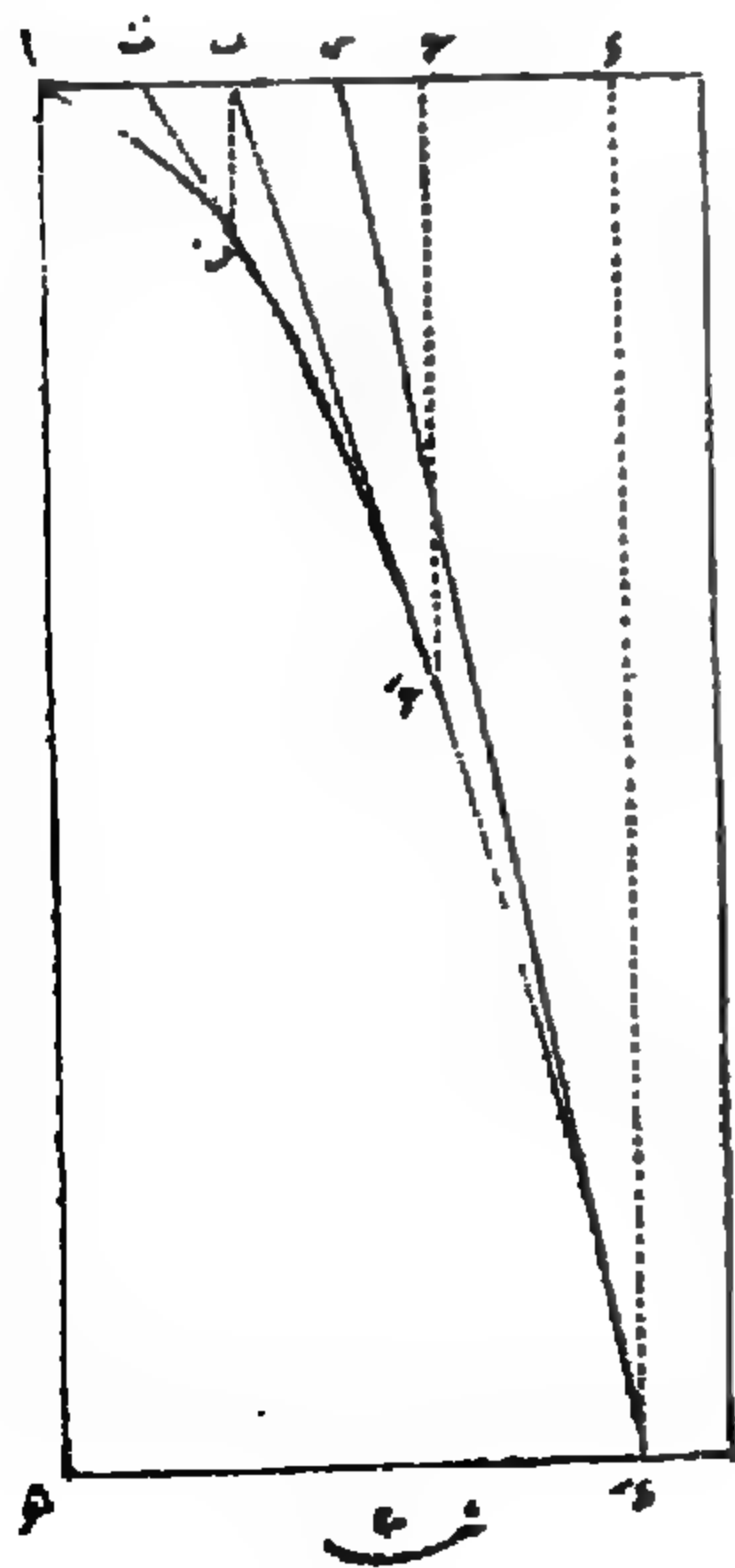
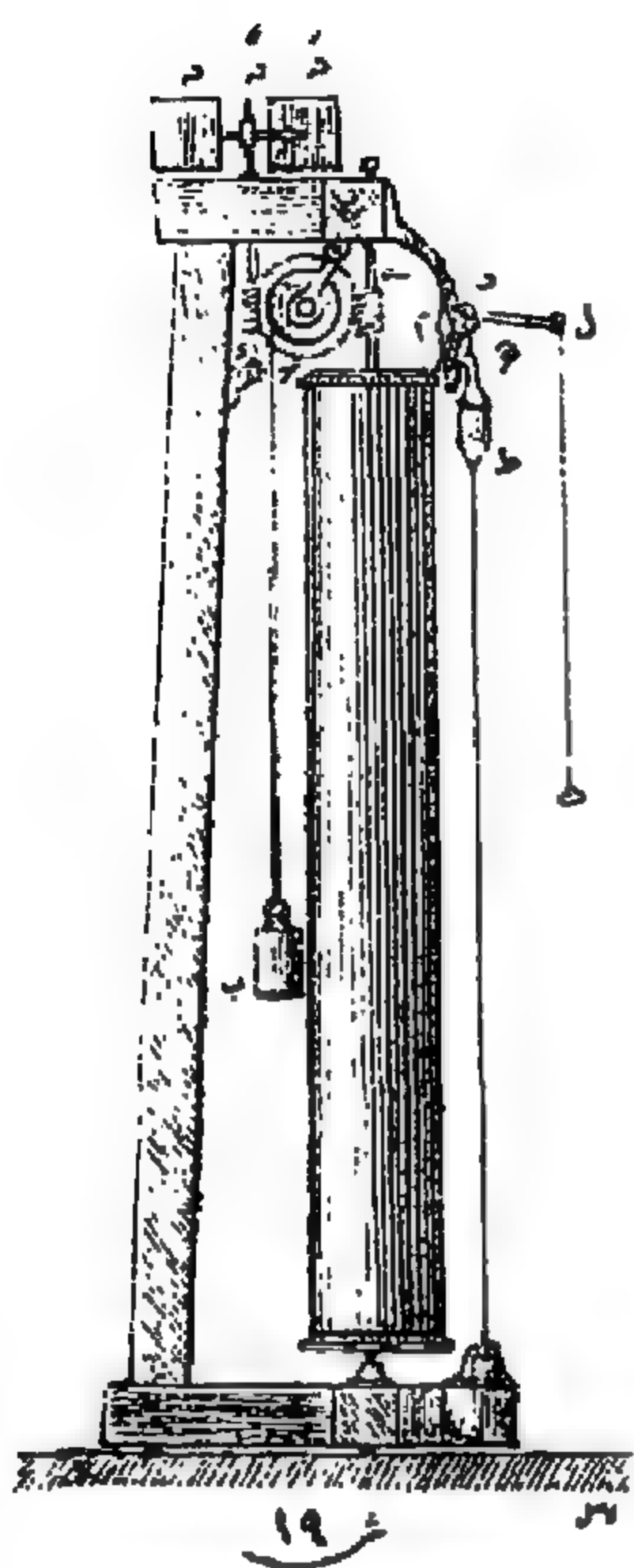
لأجل تحقيق قوانين سقوط الأجسام بواسطة المنحنى المرسوم على سطح الاسطوانة
نفرد القرع الورق السابق ذكره بقطعه على حسب الراسم اهش
ثم يؤخذ على اه اطوال متساوية اب ا ب ج د هـ الخ تدل على
أزمان متساوية

وفي نهاية الزمن a يكون الثقل موجودا في c ويكون قطع في
التزول المسافة الرأسية b وفي نهاية الزمن a الذي هو
منعفا a يكون قطع المسافة b وباجراء المقياس نجد أن

$$6 \times 6 = 62 = 2$$

$$4 \times 6 = 6 \times 4 = 24$$

فحينئذ تكون المسافات المقطوعة في السقوط المطلق لجسم خارج من
السكرن مناسبة لمربعات الأزمان المستعملة لقطعها وهذا القانون يؤدي الى
النسب الآتية



$$\frac{39}{\frac{39}{21}} = \frac{22}{\frac{22}{21}} = \frac{60}{\frac{60}{21}}$$

التي تدل على أن المصنف هو مشيئة القطع المكافئ

قانون السبع

ولاجل تحقيق قانون السبع ماسات للتحقق من النقط ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧، ١٨، ١٩، ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٢٤، ٢٥، ٢٦، ٢٧، ٢٨، ٢٩، ٣٠، ٣١، ٣٢، ٣٣، ٣٤، ٣٥، ٣٦، ٣٧، ٣٨، ٣٩، ٤٠، ٤١، ٤٢، ٤٣، ٤٤، ٤٥، ٤٦، ٤٧، ٤٨، ٤٩، ٥٠، ٥١، ٥٢، ٥٣، ٥٤، ٥٥، ٥٦، ٥٧، ٥٨، ٥٩، ٦٠، ٦١، ٦٢، ٦٣، ٦٤، ٦٥، ٦٦، ٦٧، ٦٨، ٦٩، ٧٠، ٧١، ٧٢، ٧٣، ٧٤، ٧٥، ٧٦، ٧٧، ٧٨، ٧٩، ٨٠، ٨١، ٨٢، ٨٣، ٨٤، ٨٥، ٨٦، ٨٧، ٨٨، ٨٩، ٩٠، ٩١، ٩٢، ٩٣، ٩٤، ٩٥، ٩٦، ٩٧، ٩٨، ٩٩، ١٠٠، ١٠١، ١٠٢، ١٠٣، ١٠٤، ١٠٥، ١٠٦، ١٠٧، ١٠٨، ١٠٩، ١١٠، ١١١، ١١٢، ١١٣، ١١٤، ١١٥، ١١٦، ١١٧، ١١٨، ١١٩، ١٢٠، ١٢١، ١٢٢، ١٢٣، ١٢٤، ١٢٥، ١٢٦، ١٢٧، ١٢٨، ١٢٩، ١٣٠، ١٣١، ١٣٢، ١٣٣، ١٣٤، ١٣٥، ١٣٦، ١٣٧، ١٣٨، ١٣٩، ١٤٠، ١٤١، ١٤٢، ١٤٣، ١٤٤، ١٤٥، ١٤٦، ١٤٧، ١٤٨، ١٤٩، ١٥٠، ١٥١، ١٥٢، ١٥٣، ١٥٤، ١٥٥، ١٥٦، ١٥٧، ١٥٨، ١٥٩، ١٦٠، ١٦١، ١٦٢، ١٦٣، ١٦٤، ١٦٥، ١٦٦، ١٦٧، ١٦٨، ١٦٩، ١٧٠، ١٧١، ١٧٢، ١٧٣، ١٧٤، ١٧٥، ١٧٦، ١٧٧، ١٧٨، ١٧٩، ١٨٠، ١٨١، ١٨٢، ١٨٣، ١٨٤، ١٨٥، ١٨٦، ١٨٧، ١٨٨، ١٨٩، ١٩٠، ١٩١، ١٩٢، ١٩٣، ١٩٤، ١٩٥، ١٩٦، ١٩٧، ١٩٨، ١٩٩، ٢٠٠، ٢٠١، ٢٠٢، ٢٠٣، ٢٠٤، ٢٠٥، ٢٠٦، ٢٠٧، ٢٠٨، ٢٠٩، ٢١٠، ٢١١، ٢١٢، ٢١٣، ٢١٤، ٢١٥، ٢١٦، ٢١٧، ٢١٨، ٢١٩، ٢٢٠، ٢٢١، ٢٢٢، ٢٢٣، ٢٢٤، ٢٢٥، ٢٢٦، ٢٢٧، ٢٢٨، ٢٢٩، ٢٣٠، ٢٣١، ٢٣٢، ٢٣٣، ٢٣٤، ٢٣٥، ٢٣٦، ٢٣٧، ٢٣٨، ٢٣٩، ٢٤٠، ٢٤١، ٢٤٢، ٢٤٣، ٢٤٤، ٢٤٥، ٢٤٦، ٢٤٧، ٢٤٨، ٢٤٩، ٢٥٠، ٢٥١، ٢٥٢، ٢٥٣، ٢٥٤، ٢٥٥، ٢٥٦، ٢٥٧، ٢٥٨، ٢٥٩، ٢٦٠، ٢٦١، ٢٦٢، ٢٦٣، ٢٦٤، ٢٦٥، ٢٦٦، ٢٦٧، ٢٦٨، ٢٦٩، ٢٧٠، ٢٧١، ٢٧٢، ٢٧٣، ٢٧٤، ٢٧٥، ٢٧٦، ٢٧٧، ٢٧٨، ٢٧٩، ٢٨٠، ٢٨١، ٢٨٢، ٢٨٣، ٢٨٤، ٢٨٥، ٢٨٦، ٢٨٧، ٢٨٨، ٢٨٩، ٢٩٠، ٢٩١، ٢٩٢، ٢٩٣، ٢٩٤، ٢٩٥، ٢٩٦، ٢٩٧، ٢٩٨، ٢٩٩، ٣٠٠، ٣٠١، ٣٠٢، ٣٠٣، ٣٠٤، ٣٠٥، ٣٠٦، ٣٠٧، ٣٠٨، ٣٠٩، ٣١٠، ٣١١، ٣١٢، ٣١٣، ٣١٤، ٣١٥، ٣١٦، ٣١٧، ٣١٨، ٣١٩، ٣٢٠، ٣٢١، ٣٢٢، ٣٢٣، ٣٢٤، ٣٢٥، ٣٢٦، ٣٢٧، ٣٢٨، ٣٢٩، ٣٣٠، ٣٣١، ٣٣٢، ٣٣٣، ٣٣٤، ٣٣٥، ٣٣٦، ٣٣٧، ٣٣٨، ٣٣٩، ٣٤٠، ٣٤١، ٣٤٢، ٣٤٣، ٣٤٤، ٣٤٥، ٣٤٦، ٣٤٧، ٣٤٨، ٣٤٩، ٣٥٠، ٣٥١، ٣٥٢، ٣٥٣، ٣٥٤، ٣٥٥، ٣٥٦، ٣٥٧، ٣٥٨، ٣٥٩، ٣٦٠، ٣٦١، ٣٦٢، ٣٦٣، ٣٦٤، ٣٦٥، ٣٦٦، ٣٦٧، ٣٦٨، ٣٦٩، ٣٧٠، ٣٧١، ٣٧٢، ٣٧٣، ٣٧٤، ٣٧٥، ٣٧٦، ٣٧٧، ٣٧٨، ٣٧٩، ٣٨٠، ٣٨١، ٣٨٢، ٣٨٣، ٣٨٤، ٣٨٥، ٣٨٦، ٣٨٧، ٣٨٨، ٣٨٩، ٣٩٠، ٣٩١، ٣٩٢، ٣٩٣، ٣٩٤، ٣٩٥، ٣٩٦، ٣٩٧، ٣٩٨، ٣٩٩، ٤٠٠، ٤٠١، ٤٠٢، ٤٠٣، ٤٠٤، ٤٠٥، ٤٠٦، ٤٠٧، ٤٠٨، ٤٠٩، ٤١٠، ٤١١، ٤١٢، ٤١٣، ٤١٤، ٤١٥، ٤١٦، ٤١٧، ٤١٨، ٤١٩، ٤٢٠، ٤٢١، ٤٢٢، ٤٢٣، ٤٢٤، ٤٢٥، ٤٢٦، ٤٢٧، ٤٢٨، ٤٢٩، ٤٣٠، ٤٣١، ٤٣٢، ٤٣٣، ٤٣٤، ٤٣٥، ٤٣٦، ٤٣٧، ٤٣٨، ٤٣٩، ٤٤٠، ٤٤١، ٤٤٢، ٤٤٣، ٤٤٤، ٤٤٥، ٤٤٦، ٤٤٧، ٤٤٨، ٤٤٩، ٤٥٠، ٤٥١، ٤٥٢، ٤٥٣، ٤٥٤، ٤٥٥، ٤٥٦، ٤٥٧، ٤٥٨، ٤٥٩، ٤٦٠، ٤٦١، ٤٦٢، ٤٦٣، ٤٦٤، ٤٦٥، ٤٦٦، ٤٦٧، ٤٦٨، ٤٦٩، ٤٧٠، ٤٧١، ٤٧٢، ٤٧٣، ٤٧٤، ٤٧٥، ٤٧٦، ٤٧٧، ٤٧٨، ٤٧٩، ٤٨٠، ٤٨١، ٤٨٢، ٤٨٣، ٤٨٤، ٤٨٥، ٤٨٦، ٤٨٧، ٤٨٨، ٤٨٩، ٤٩٠، ٤٩١، ٤٩٢، ٤٩٣، ٤٩٤، ٤٩٥، ٤٩٦، ٤٩٧، ٤٩٨، ٤٩٩، ٥٠٠، ٥٠١، ٥٠٢، ٥٠٣، ٥٠٤، ٥٠٥، ٥٠٦، ٥٠٧، ٥٠٨، ٥٠٩، ٥١٠، ٥١١، ٥١٢، ٥١٣، ٥١٤، ٥١٥، ٥١٦، ٥١٧، ٥١٨، ٥١٩، ٥٢٠، ٥٢١، ٥٢٢، ٥٢٣، ٥٢٤، ٥٢٥، ٥٢٦، ٥٢٧، ٥٢٨، ٥٢٩، ٥٣٠، ٥٣١، ٥٣٢، ٥٣٣، ٥٣٤، ٥٣٥، ٥٣٦، ٥٣

نقطة م يمر بالنقطة ن التي هي منتصف المستقيم af وبالمثل تكون المماسات في النقط h, d, e مارة على

التناظر بالنقط (ب)، س، الخ التناظر بالمتصفات المستقيمت اح، ا، الخ بحيث أنه

إذا فرض أن $t = 0$ فيكون $b = 0$ ف $a = 1$ ف $c = 3$ ف $d = 1$ ف $e = 1$ ف $f = 1$ ف $g = 1$ ف $h = 1$ ف $i = 1$ ف $j = 1$ ف $k = 1$ ف $l = 1$ ف $m = 1$ ف $n = 1$ ف $o = 1$ ف $p = 1$ ف $q = 1$ ف $r = 1$ ف $s = 1$ ف $t = 1$ ف $u = 1$ ف $v = 1$ ف $w = 1$ ف $x = 1$ ف $y = 1$ ف $z = 1$ ف $aa = 1$ ف $ab = 1$ ف $ac = 1$ ف $ad = 1$ ف $ae = 1$ ف $af = 1$ ف $ag = 1$ ف $ah = 1$ ف $ai = 1$ ف $aj = 1$ ف $ak = 1$ ف $al = 1$ ف $am = 1$ ف $an = 1$ ف $ao = 1$ ف $ap = 1$ ف $aq = 1$ ف $ar = 1$ ف $as = 1$ ف $at = 1$ ف $au = 1$ ف $av = 1$ ف $aw = 1$ ف $ax = 1$ ف $ay = 1$ ف $az = 1$ ف $ba = 1$ ف $bb = 1$ ف $bc = 1$ ف $bd = 1$ ف $be = 1$ ف $bf = 1$ ف $bg = 1$ ف $bh = 1$ ف $bi = 1$ ف $bj = 1$ ف $bk = 1$ ف $bl = 1$ ف $bm = 1$ ف $bn = 1$ ف $bo = 1$ ف $bp = 1$ ف $bq = 1$ ف $br = 1$ ف $bs = 1$ ف $bt = 1$ ف $bu = 1$ ف $bv = 1$ ف $bw = 1$ ف $bx = 1$ ف $by = 1$ ف $bz = 1$ ف $ca = 1$ ف $cb = 1$ ف $cc = 1$ ف $cd = 1$ ف $ce = 1$ ف $cf = 1$ ف $cg = 1$ ف $ch = 1$ ف $ci = 1$ ف $cj = 1$ ف $ck = 1$ ف $cl = 1$ ف $cm = 1$ ف $cn = 1$ ف $co = 1$ ف $cp = 1$ ف $cq = 1$ ف $cr = 1$ ف $cs = 1$ ف $ct = 1$ ف $cu = 1$ ف $cv = 1$ ف $cw = 1$ ف $cx = 1$ ف $cy = 1$ ف $cz = 1$ ف $da = 1$ ف $db = 1$ ف $dc = 1$ ف $dd = 1$ ف $de = 1$ ف $df = 1$ ف $dg = 1$ ف $dh = 1$ ف $di = 1$ ف $dj = 1$ ف $dk = 1$ ف $dl = 1$ ف $dm = 1$ ف $dn = 1$ ف $do = 1$ ف $dp = 1$ ف $dq = 1$ ف $dr = 1$ ف $ds = 1$ ف $dt = 1$ ف $du = 1$ ف $dv = 1$ ف $dw = 1$ ف $dx = 1$ ف $dy = 1$ ف $dz = 1$ ف $ea = 1$ ف $eb = 1$ ف $ec = 1$ ف $ed = 1$ ف $ee = 1$ ف $ef = 1$ ف $eg = 1$ ف $eh = 1$ ف $ei = 1$ ف $ej = 1$ ف $ek = 1$ ف $el = 1$ ف $em = 1$ ف $en = 1$ ف $eo = 1$ ف $ep = 1$ ف $eq = 1$ ف $er = 1$ ف $es = 1$ ف $et = 1$ ف $eu = 1$ ف $ev = 1$ ف $ew = 1$ ف $ex = 1$ ف $ey = 1$ ف $ez = 1$ ف $fa = 1$ ف $fb = 1$ ف $fc = 1$ ف $fd = 1$ ف $fe = 1$ ف $ff = 1$ ف $fg = 1$ ف $fh = 1$ ف $fi = 1$ ف $fj = 1$ ف $fk = 1$ ف $fl = 1$ ف $fm = 1$ ف $fn = 1$ ف $fo = 1$ ف $fp = 1$ ف $fq = 1$ ف $fr = 1$ ف $fs = 1$ ف $ft = 1$ ف $fu = 1$ ف $fv = 1$ ف $fw = 1$ ف $fx = 1$ ف $fy = 1$ ف $fz = 1$ ف $ga = 1$ ف $gb = 1$ ف $gc = 1$ ف $gd = 1$ ف $ge = 1$ ف $gf = 1$ ف $gg = 1$ ف $gh = 1$ ف $gi = 1$ ف $gj = 1$ ف $gk = 1$ ف $gl = 1$ ف $gm = 1$ ف $gn = 1$ ف $go = 1$ ف $gp = 1$ ف $gq = 1$ ف $gr = 1$ ف $gs = 1$ ف $gt = 1$ ف $gu = 1$ ف $gv = 1$ ف $gw = 1$ ف $gx = 1$ ف $gy = 1$ ف $gz = 1$ ف $ha = 1$ ف $hb = 1$ ف $hc = 1$ ف $hd = 1$ ف $he = 1$ ف $hf = 1$ ف $hg = 1$ ف $hh = 1$ ف $hi = 1$ ف $hj = 1$ ف $hk = 1$ ف $hl = 1$ ف $hm = 1$ ف $hn = 1$ ف $ho = 1$ ف $hp = 1$ ف $hq = 1$ ف $hr = 1$ ف $hs = 1$ ف $ht = 1$ ف $hu = 1$ ف $hv = 1$ ف $hw = 1$ ف $hx = 1$ ف $hy = 1$ ف $hz = 1$ ف $ia = 1$ ف $ib = 1$ ف $ic = 1$ ف $id = 1$ ف $ie = 1$ ف $if = 1$ ف $ig = 1$ ف $ih = 1$ ف $ii = 1$ ف $ij = 1$ ف $ik = 1$ ف $il = 1$ ف $im = 1$ ف $in = 1$ ف $io = 1$ ف $ip = 1$ ف $iq = 1$ ف $ir = 1$ ف $is = 1$ ف $it = 1$ ف $iu = 1$ ف $iv = 1$ ف $iw = 1$ ف $ix = 1$ ف $iy = 1$ ف $iz = 1$ ف $ja = 1$ ف $jb = 1$ ف $jc = 1$ ف $jd = 1$ ف $je = 1$ ف $jf = 1$ ف $jj = 1$ ف $jk = 1$ ف $jl = 1$ ف $jm = 1$ ف $jn = 1$ ف $jo = 1$ ف $jp = 1$ ف $jq = 1$ ف $jr = 1$ ف $js = 1$ ف $jt = 1$ ف $ju = 1$ ف $jv = 1$ ف $jw = 1$ ف $jx = 1$ ف $gy = 1$ ف $jz = 1$ ف $ka = 1$ ف $kb = 1$ ف $kc = 1$ ف $kd = 1$ ف $ke = 1$ ف $kf = 1$ ف $kg = 1$ ف $kh = 1$ ف $ki = 1$ ف $kj = 1$ ف $kk = 1$ ف $kl = 1$ ف $km = 1$ ف $kn = 1$ ف $ko = 1$ ف $kp = 1$ ف $kq = 1$ ف $kr = 1$ ف $ks = 1$ ف $kt = 1$ ف $ku = 1$ ف $kv = 1$ ف $kw = 1$ ف $kx = 1$ ف $ky = 1$ ف $kz = 1$ ف $la = 1$ ف $lb = 1$ ف $lc = 1$ ف $ld = 1$ ف $le = 1$ ف $lf = 1$ ف $lg = 1$ ف $lh = 1$ ف $li = 1$ ف $lj = 1$ ف $lk = 1$ ف $ll = 1$ ف $lm = 1$ ف $ln = 1$ ف $lo = 1$ ف $lp = 1$ ف $lq = 1$ ف $lr = 1$ ف $ls = 1$ ف $lt = 1$ ف $lu = 1$ ف $lv = 1$ ف $lw = 1$ ف $lx = 1$ ف $ly = 1$ ف $lz = 1$ ف $ma = 1$ ف $mb = 1$ ف $mc = 1$ ف $md = 1$ ف $me = 1$ ف $mf = 1$ ف $mg = 1$ ف $mh = 1$ ف $mi = 1$ ف $mj = 1$ ف $mk = 1$ ف $ml = 1$ ف $mm = 1$ ف $mn = 1$ ف $mo = 1$ ف $mp = 1$ ف $mq = 1$ ف $mr = 1$ ف $ms = 1$ ف $mt = 1$ ف $mu = 1$ ف $mv = 1$ ف $mw = 1$ ف $mx = 1$ ف $my = 1$ ف $mz = 1$ ف $na = 1$ ف $nb = 1$ ف $nc = 1$ ف $nd = 1$ ف $ne = 1$ ف $nf = 1$ ف $ng = 1$ ف $nh = 1$ ف $ni = 1$ ف $nj = 1$ ف $nk = 1$ ف nl

ج = هـ يكون ح = هـ هـ = ح ا = ا ا = ا ح

وحينئذ إذا كان طول جزء المستقيم a ، الدال على زمن مساوٍ لثانية مقداره متر فإن السرعة v ...

في النقطه ١٠٠٠... الخ تتعين بطلان الروايات ١٠٠٠... الخ ولكن

حيث ان الطول الدال على وحدة الزمان غير معلوم فنقرض ان $\frac{1}{c}$ هو العدد المجهول الذي تقرب فيه جميع

الأطوال اب ، اء ، اى ، اة الخ لأجل أن يكون الطول الدال على ثانية واحدة مساوياً المتر حينئذ يكون

$$\frac{h}{f} \lambda = \frac{c}{f} \lambda = c \cdot \frac{1}{v} : c = \epsilon$$

$$f_c = \frac{p_c}{w_c} \cdot \phi = \frac{22}{20} \cdot \phi = f_{\phi}$$

$$C_2 = \frac{49}{53} \text{ d} = \frac{35}{38} \text{ d} = C_3$$

ويرى من ذلك ان السرعة تكون مناسبة لزمن السقوط

وحينئذ فقوانين سقوط الأجسام تكون هي بالضبط قوانين الحركة المنتظمة البجلة للأجسام الخارجة من السكون ويكون

حينئذ تحقق أحد هذه القوانين حيث أن أحدها يثبت الآخر

عجلة التثاقل

قد شاهدنا من جهاز موران ان الجسم قطع تقريبا ٤٠,٩ في الثانية الاولى من سقوطه وحينئذ فكون عجله التناقل

مساوية الى ٩٨٠ ويرمز لها بالحرف ω ولاجل الحصول على مقدار للجملة أكثر ضبطاً من السابق يجب الالتجاء الى

المبدول وهاك جداولاً مشتقاً على بعض النتائج القصاص الحصول عليها

اسماء البلدان	عرض شمالية	مقدار الجبلية
مصر	٢٠°	٩٥٧٩١٤
باريس	٤٨°	٩٥٨٠٨٨
سيتدريج	٧٩°	٩٥٨٤٨٩
خط الاستوا	٠°	٩٥٧٨٠٦

وہ شاہد

وبشاهد من هذا الجدول ان مقدار $\frac{1}{2}g$ يأخذ في الصغر من القطب الى خط الاستواء

قوانين خاصة بسقوط الأجسام في الفراغ

أولاً - في حالة سقوط الجسم بدون سرعة ابتدائية تكون المسافة s المقطوعة في نهاية الزمن t مقداراً بالشراقي

$$s = \frac{1}{2}gt^2$$

والسرعة v في نهاية الزمن t هي

$$v = gt$$

والسرعة بدلالة الارتفاع h المقطوع هي

$$v = \sqrt{2gh}$$

ثانياً - في حالة سقوط الجسم بسرعة ابتدائية u تكون المسافة المقطوعة في نهاية الزمن t هي

$$s = ut + \frac{1}{2}gt^2$$

والسرعة في نهاية الزمن t هي

$$v = u + gt$$

والسرعة بدلالة الارتفاع h هي

$$v = \sqrt{u^2 + 2gh}$$

ثالثاً - في حالة قذف الجسم رأسياً من أسفل الى أعلا بسرعة ابتدائية u فالحركة تكون منتظمة التقصير

وتكون المسافة المقطوعة في نهاية الزمن t هي

$$s = ut - \frac{1}{2}gt^2$$

والسرعة في نهاية الزمن t هي

$$v = u - gt$$

والسرعة بدلالة الارتفاع h هي

$$v = \sqrt{u^2 - 2gh}$$

تبين من بناء على قانون $v = u - gt$ ان الجسم يرتفع كلما كانت السرعة موجبة ويصل الى نهايته

العظمى في الارتفاع حينما يكون $v = 0$. وحينئذ يكون $u = gt$

$$t = \frac{u}{g}$$

اعني ان زمن الصعود يساوي $\frac{u}{g}$ وبوضع هذا المقدار في القانون $s = ut - \frac{1}{2}gt^2$ يحصل على أعظم

$$s = \frac{u^2}{2g}$$

وحيث ان يرتفع الجسم المقذوف رأسياً من أسفل الى أعلا بسرعة u ارتفاعاً قدر $\frac{u^2}{2g}$

الحركة المخننية

اعلم ان سرعة حركة نقطة متعلق في آن واحد بمقدارها وباتجاهها وان سرعة الحركة المستقيمة تكون دائماً

متجهة جهة الحركة وفي اتجاه خط سير المحرك لكن سرعة الحركة المخنية لكيما اتفق تغير دائما اتجاهها وكذلك مقدارها وقد يطل على ما يأتي في الحركة المخنية

أولا إذا فرض محرك يرسم مخنيا حيثما اتفق m م ب على حسب قانون معلوم $s = (nr)$ وكان m م ها ومنعاه في الزمن nr ، $nr + y$ فإن الانتقال المتوسط في مسافة زمنية y يكون هو الوتر m م للقوس المقطوع على خط السير في مدة هذه المسافة

وأن مقدار واتجاه وجهة الانتقال المذكور تكون هي مقدار واتجاه وجهة الجزء المستقيم m م وثانيا تكون السرعة المتوسطة هي سرعة حركة مستقيمة منتظمة التي يستعملها المحرك في المدة y لقطع الوتر m م في المدة المذكورة ومقدارها هي نسبة الوتر m م واتجاهها هو اتجاه المستقيم m م

وثالثا تكون السرعة في اللحظة nr هي النهاية التي تميل إليها السرعة المتوسطة أثناء ازدياد الزمن y حيثما يميل هذا الازدياد نحو الصفر ومقدارها هو $c =$ نها الوتر m م عندما يميل y نحو الصفر واتجاهها هو اتجاه ما سخط السير في نقطة m وجهتها هي جهة الحركة في هذه النقطة

رابعا - نظريته - مقدار السرعة في اللحظة nr هو مشتقة المسافة بدلالة الزمن لأنه من المعلوم أن $c =$ نها الوتر m م وإذا ضرب البسط والمقام في القوس m م يكون

$$c = \text{نها} \frac{\text{قوس } m \text{ م} \times \text{وتر } m \text{ م}}{\text{قوس } m \text{ م}} \text{ أعني أن}$$

$$\text{نها} \frac{\text{الوتر } m \text{ م}}{\text{قوس } m \text{ م}} \times \text{نها} \frac{\text{قوس } m \text{ م}}{y}$$

وحيث أن نهاية النسبة الأولى مساوية للوحدة تكون

$$c = \text{نها} \frac{\text{قوس } m \text{ م}}{y}$$

وإذا فرضنا بالرمزين h ، h' للمسافتين المقطوعتين على خط السير في الزمن nr ، $nr + y$ يكون

$$c = \text{نها} \frac{h - h'}{y}$$

أعني أن $c = \dot{s} (nr)$ وهو المطلوب

خامسا والجملة الماسة في اللحظة nr هي مشتقة السرعة وهي متجهة على حسب اتجاه المماس للخطي ما إذا صارت الحركة مستقيمة فإن الجملة الماسة تكون هي عين الجملة في التحرك المستقيم المنتظم التغير وقد وصفت بالجملة الماسة بالنظر لاتجاهها ليس إلا لأنها ليست هي الجملة الوحيدة التي تعتبر في الحركة المخنية

مبادئ على حركة جملة مادية غير متغيرة

تعريف - الجملة الغير متغيرة هي ما تكونت من جملة نقط أبعادها عن بعضها غير متغيرة

لأجل تعريف جملة غير متغيرة يلزم معرفة الأبعاد الكائنة بين ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة

١١١ ب ، من الجملة المذكورة ثم أبعاد كل من النقط الأخرى عن الثلاثة نقط المذكورة على التناظر

فوضع

لوضع وحركة جملة مادية في الفراغ تكونان مبينتين متى علم وضع وحركة المثلث abc والحركات الأبط ما يكون للجملة غير متغيرة هي الحركة الانتقالية والحركة الدورانية
الحركة الانتقالية

تعريف - الجملة الغير متغيرة تكون حركتها انتقالية متى كانت اضلاع مثلث مثل abc المكون لجزء منها باقية على الدوام موازية لوضعها الاصلى

وفي هذه الحركة كل مستقيم مثل mn واصل بين نقطتين حيثما اتفق من الجملة يكون موازيا لوضعه الاصلى وجميع نقط الشكل ترسم في آن واحد اقواسا متساوية ومتوازية بحيث تكون سرعتها في أى لحظة حيثما اتفق متساوية ومتوازية أيضا

وعليه فتكون السرعة المشتركة لجميع نقط الجملة المذكورة هي سرعة الحركة الانتقالية في اللحظة المفروضة وتبين كما اذا كان المعلوم حركة نقطة واحدة فقط فحركة المكبس داخل جسم الطليقة من قبيل الحركة الانتقالية المستقيمة وحركة كفتى الميزان ووبرقال من قبيل الحركة الانتقالية المنحنية
الحركة الدورانية حول محور

تعريف - الجسم يكون له حركة دورانية حول محور متى رسمت جميع نقطه محيطات دوائر مستوياتها عمودية على هذا المحور

وفي هذه الحركة جميع نقط الجسم ترسم في آن واحد اقواسا متشابهة واطوالها مناسبة لانصاف اقطارها وحينئذ يكون

$$\frac{m}{m} = \frac{p}{p}$$

وعلى ذلك اذا رمزنا بالحروف a, b, c للمسافات المقطوعة في آن واحد بالنقط التابعة لها عن المحور هي
 a, b, c يحدد

$$\frac{a}{a} = \frac{b}{b} = \frac{c}{c}$$

السرعة الزاوية - السرعة الزاوية هي سرعة النقطة المتباعدة عن محور الدوران ببعد مساو للوحدة فاذا رمز للسرعة المذكورة بالرمز ω وسرعة نقطة حيثما اتفق بالرمز ω ولبعد تلك النقطة عن محور الدوران بالرمز r فان سرعة النقطة المذكورة تكون مساوية لحاصل ضرب السرعة الزاوية في بعدها عن محور الدوران اعني يكون $\omega = \frac{v}{r}$

وللبرهنة على ذلك يقال حيث ان المسافات المقطوعة في آن واحد مناسبة لابعاد النقط عن محور الدوران يكون

$$\frac{a}{r} = \frac{b}{r} = \frac{c}{r}$$

$$\omega = \frac{a}{r}$$

والحركة الدورانية تكون منتظمة او متغيرة على حسب ما يكون السرعة الزاوية ω ثابتة او متغيرة
ثم ان سرعة الحركة المنتظمة الدورانية تقين غالبا بعدد الدورات التي يصنعها الجسم في مدة معينة ويسهل استخراج

السرعة الزاوية منها

فاذا زجرف φ لعدد الدورات التي يصنعها الجسم في الدقيقة الواحدة فإن النقطة المتباعدة عن المحور يسعد مساوية لرسم في مدة ستين ثانية قوسا طوله $\varphi \times \pi \times ط$ والسرعة الزاوية تكون حينئذ هي

$$ح = \frac{\varphi \times \pi \times ط}{\frac{\pi}{\varphi}} = ط \times \varphi$$

تمريعات

(١) المطلوب رسم الخط البياني لحركات معلومة بالمعادلات الآتية التي فيها $ح$ ، $ع$ كميات موجبة

$$١ \quad ع + ع = ح$$

$$١ \quad ع - ع = ح$$

$$١ \quad ع + ع = ح$$

$$١ \quad ع - ع = ح$$

(٢) المطلوب البرهنة على ان المعادلة $ع = ح + ع$ تدل على حركة منتظمة العجلة

(٣) المطلوب بمعادلتها $ع = ح + ع$ والمطلوب أولا رسم الخط البياني للحركة وثانيا رسم الخط البياني للسرعة

(٤) المطلوب بمعادلتها $ع = ح + ع$ والمطلوب أولا ايصاح قانون الحركة وثانيا قانون السرعة

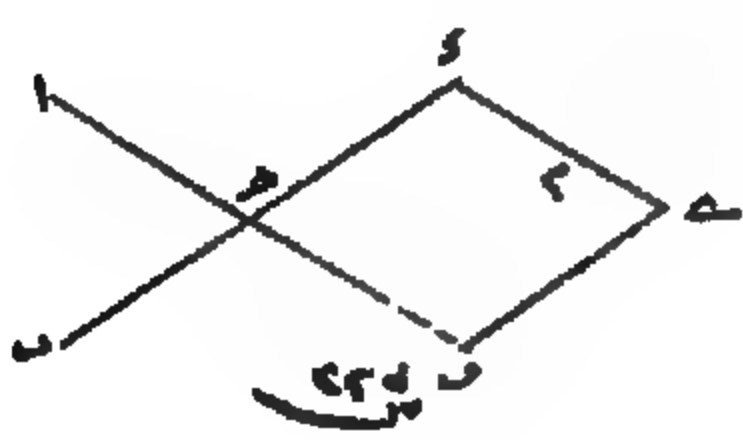
(٥) المطلوب ايجاد مقدار العجلة في نهاية الزمن $ح$ لحركة متغير حيثما اتفق معلومة بالمعادلة $ع = ح + ع$

(٦) المطلوب مناقشة الحركة المعلوم بالمختل البياني اب شك

(٧) المطلوب المختل البياني لحركة ما والمطلوب ايجاد المختل البياني للسرع وبالعكس

(٨) المطلوب نقطة متحركة باستقام على محيط دائرة والمطلوب مناقشة حركة مسقطها على أحد اقطار الدائرة

المذكورة ورسم المختل البياني



(٩) المطلوب المين المفصل $ح$ و $ع$ ف مثبت في نقطة $ح$ والنقطتان

$ا$ ، $ب$ يتحركان باستقام والمطلوب مناقشة حركتي النقطة $ع$

والنقطة $م$ شك

(١٠) المطلوب تعيين سرعة النقطة الارضية التي يمر بها $ل$ في الحركة اليومية

(١١) المطلوب رسم الخط البياني لقطارات السكة الحديد من بعد معلومية المعاليم الناتجة من الأدلة الخاصة

بالسكة الحديد ثم معرفة اللحظة والوضع الذين فيها يتقابل قطاران منها بفرض أن الحركات منتظمة

الحركة المنتظمة التغير

(١٢) المطلوب ايجاد المسافة المقطوعة في الزمن $ح$ بمعلومية الخط البياني للسرع

(١٣) المطلوب البرهنة على أن مجموع المسافات المقطوعة في لحظات متساوية البعد عن منتصف الزمن المفروض

ثابت ومقدار هذا المجموع المذكور يكون بعينه كما لو كانت سرعة التحرك في هذه اللحظات هي سرعة منتصف

- منتصف هذا الزمن ثم استنتاج معادلة المسافة المقطوعة في مدة الزمن z
- (١٤) المطلوب البرهنة على أن المسافات المقطوعة يجسم ساقط مستقيما مطلقا في ازمان متساوية متتالية تكون مناسبة للأعداد الفردية المتتالية على التناظر
- (١٥) المطلوب البرهنة على أن المسافة المقطوعة في مدة الزمن z تكون مساوية لخارج قسمة فرق مربعي سرعتين في نهاية وابتداء الزمن المذكور على ضعف الجبهة
- (١٦) السرعة المتوسطة في زمن معين هي المتوسط العددي للسرعتين المقطوعتين في ابتداء وانتهاء الزمن المذكور وهي مساوية للسرعة المقابلة لمنتصف هذا الزمن
- (١٧) المطلوب البرهنة على أن منتصف ازدياد مربع السرعة يكون مساويا لحاصل ضرب الجبهة في المسافة المقطوعة
- (١٨) المطلوب معرفة الزمن الذي في نهايته يرتقي المقذوف الخارج بسرعة من أسفل الى ارتفاع z ثم مناقشة القانون

- (١٩) من بعد معلومية أن الجسم المقذوف رأسيا من أسفل الى أعلا يمر مرتين في نقطة معينة فها هو البرهات على أن سرعته في النقطة المذكورة في كل من المراتين تكون واحدة

تركيب الحركات

المحرك لا يكون له سرعة حركة واحدة في الفراغ ولذا راسة هذه الحركة تعتبر غالبا كأنها محصلة جملة حركات آتية فإذا تدرجت كرة على ظهر سفينة سائرة في نهر فان مجموع الاوضاع التي تأخذها الكرة المذكورة على ظهر السفينة تكون هي الحركة النسبية لهذه الكرة بالنسبة للسفينة ولكن بالنسبة لراصد موجود على شاطئ النهر فان الكرة المذكورة لا تكون لها هذه الحركة النسبية فقط بل يكون لها حركة مشتركة أيضا مع السفينة وحينئذ فالحركة الحقيقية للكرة أو حركتها المطلقة يمكن اعتبارها كمحصلة حركتين آتيتين ومعرفة الحركات المركبة يوصل لتعيين الحركة المطلقة للمحرك

ففي المثال السابق يمكن في كل لحظة معرفة وضع السفينة بالنسبة للشاطئ ووضع الكرة بالنسبة للسفينة ثم تعيين وضع الكرة في الفراغ

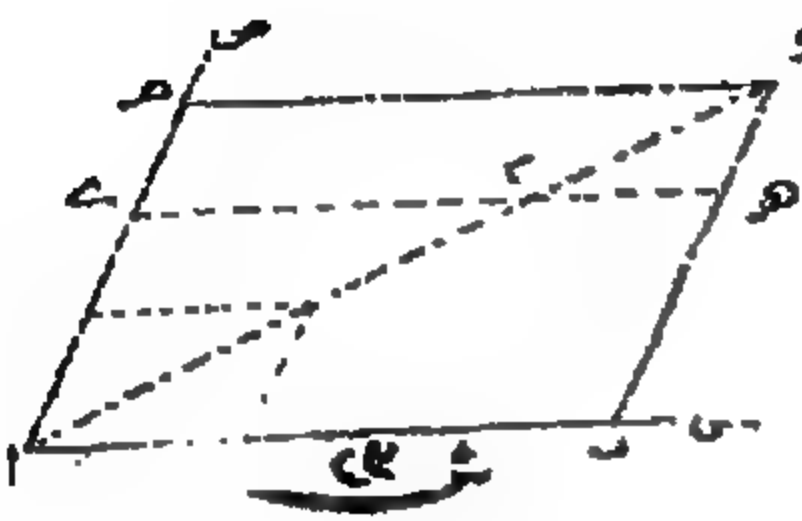
وعلى ذلك فيحصل على خط السير الحقيقي للكرة وعلى النقطة التي توجد فيها على خط السير المذكور في لحظة ما وحينئذ فحركة الكرة تكون معينة تعيينا تاما والحركات المركبة يمكن تعددها فالنهر مثلا يشترك مع الأرض في الحركة اليومية ويشترك معها أيضا في حركتها السنوية وهكذا

وعلى أي حال فان الحركة المطلقة للمحرك يمكن استنتاجها دائما من الحركات المركبة وستكلم على بعض الحالات البسيطة لتركيب الحركات فنقول —

تركيب الحركات عبارة عن إيجاد حركة محرك له جملة حركات آتية ويلزم لذلك أولا تعيين خط سير المحرك وثانيا تعيين سرعته في كل لحظة من الحركة

الحركات المنتظمة تركيب حركتين آيتين مستقيمتين ومتنظمتين متوازي أضلاع السرعة

نظريه - متوازي أضلاع السرعة - محصلة الحركتين الآيتين المستقيمتين المنتظمتين هي حركة مستقيمة ومنتظمة وأن سرعة الحركة المحصلة تبين مقدارا واتجاها بقطر متوازي الأضلاع المنشأ على سرعتي الحركتين المركبتين



فإذا فرض أن نقطة مثل ١ ش ٣ تتحرك بانتظام على المستقيم أس أثناء تحرك المستقيم المذكور بالتوازي لنفسه بحيث أنه عندما تأق النقطة ١ في نهاية الزمن ت في نقطة ب من المستقيم أس تكون النهاية ١ من المستقيم المذكور قطعت بانتظام المسافة ١ من المستقيم ١ ص وبأق المحرك حينئذ في نقطة د ويكون $د = ١$

فبدر من أولا على أن المحرك يسير من ١ إلى د على اتجاه القطر ١ لمتوازي الأضلاع ولذلك نجث عن وضع المحرك في نهاية زمن ما ت عندما يأتى المستقيم ١ ب في الوضع د ه وحينئذ يقال حيث أن الحركة منتظمة يكون

$$\frac{د}{١} = \frac{١}{١}$$

ولكن في أثناء الزمن ت تقطع النقطة ١ المسافة س على الاتجاه ١ ويكون

$$\frac{س}{١} = \frac{١}{١} \text{ ومنها يحدث}$$

$$\frac{د}{١} = \frac{س}{١}$$

لكن من تشابه المثلثين ا د ه ا ه م ، ا د ه وبناء على كون د ه = ا ب يكون

$$\frac{د}{١} = \frac{٢ د}{١} \text{ وعليه يكون}$$

$$س = د = م$$

وحيث أن النقطة ١ تسير دائما على ا د

وثانيا بذهن على أن المحرك يتحرك على القطر المذكور بانتظام

ولذلك يقال أنه من النسب $\frac{د}{١} = \frac{١}{١} = \frac{س}{١}$ يرى أن نقطة ١ تتحرك على ا د بحركة

منتظمة حيث أن المسافتين ا م ، ا د مناسبة لزمني قطعها

وثالثا بذهن على أن سرعة المحرك تكون معينة بقطر متوازي الأضلاع المنشأ على

سرعتي الحركتين المركبتين

ولذلك يقال أنه إذا فرض أن ا د ، ا ع يدلان على سرعتي الحركتين

المركبتين فإن ا د يدل على سرعة الحركة المحصلة حيث أنه عبارة عن المسافة المقطوعة في وحدة الزمن

رجميع القوانين الخاصة بمتوازي أضلاع القوى من علم الاستاتيكا يمكن تطبيقها على متوازي أضلاع

السرعة

فحينئذ إذا

حينئذ اذارمنا بالزمانين $ع$ ، $ع$ للسرعتين المركبتين وبالحرف $ع$ للسرعة المحصلة يكون

$$ع = ع + ع + ع جتا ١$$

$$\frac{ع}{ح ا} = \frac{ع}{ح ا + ب} = \frac{ع}{ح ا} = \frac{ع}{ح ا}$$

نتيجة اذا كانت السرعتان على استقامة واحدة فان المحصلة تكون مساوية لمجموعهما ان كانتا متجهتين في جهة واحدة ولفرقهما ان كانتا متجهتين في جهتين متضادتين

كثير اضلاع السرعة

اذا كان لنقطة مادية عدد حيثما اتفق من السرعة الآتية فانه يمكن تعيين محصلتها بتكوين كثير اضلاع السرعة كما في حالة القوى والاستاتيكا

متوازي سطوح السرعة

محصلة ثلاث سرع آتية ليست موجودة في مستوي واحد يمكن إيجادها بواسطة متوازي سطوح السرعة كما في حالة القوى من علم الاستاتيكا أيضا واذا كانت السرعة المذكورة متعامدة يكون بناء على ما تقدّر أيضا

$$ع = ع + ع + ع$$

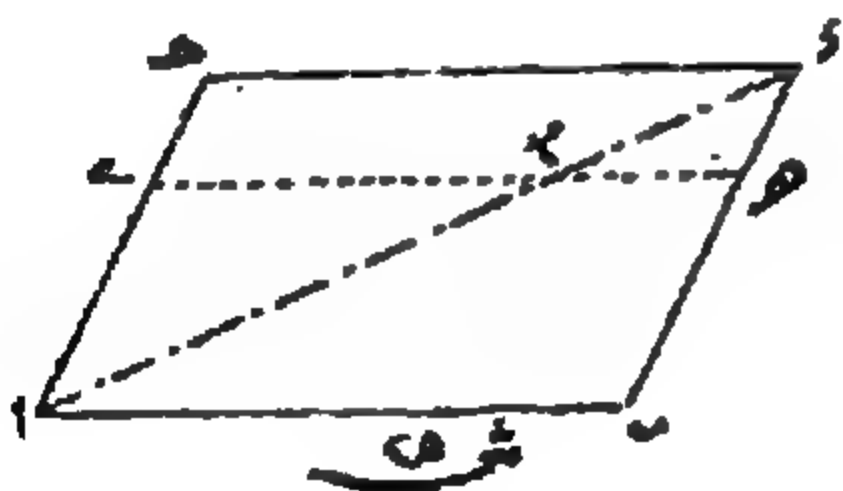
$$ع = ع ح ا$$

$$ع = ع ح ا$$

$$ع = ع ح ا$$

الحركات المنتظمة التغير

نظريه - محصلة الحركتين الآتيتين المستقيمتين المنتظمتين المحلة الخاليتين من السرعتين الابدائيتين هي حركة مستقيمة ومنتظمة التغير وان محلة الحركة المحصلة هي قطر



متوازي الاضلاع المنشأ على محلتى الحركتين المركبتين

فاذا فرض ان نقطة ١ شت تتحرك على المستقيم اب بحركة منتظمة

المحلة وبدون سرعة ابتدائية بحيث انها تاتي في نقطة ب في نهاية

الزمن ث اثناء تحرك الخط اب بالتوازي لنفسه بحركة منتظمة

المحلة أيضا ونهايته ١ تقطع المسافة ١ ح في مدة الزمن ث المذكور فان النقطة ١ تاتي في نقطة ١

في نهاية هذا الزمن ويكون ح = ١ ب

فبهرهنا أولا على أن المتحرك يسير من ١ الى د على القطر د ا من متوازي الاضلاع

ولذلك نفرض ان ه ه هو الوضع الذي يشغله المستقيم اب في نهاية الزمن ث فيكون

$$\frac{١}{٢} = \frac{١}{٢} \text{ بموجب ما تقدّر}$$

ولكن في اثناء الزمن ث المذكور يكون المتحرك قطع المسافة س على اتجاه المستقيم ١ ب ويكون

(٤٤)

$$\frac{س}{ا} = \frac{ن}{ز} \text{ ومنها يحدث}$$

$$\frac{ا}{ا} = \frac{س}{ا}$$

$$\text{ولكن حيث أن } \frac{ا}{ا} = \frac{س}{ا} \text{ أو } \frac{ا}{ا} = \frac{س}{ا} \text{ يكون}$$

$$س = ا$$

وحينئذ فالنقطة ٢ تكون موجودة دائما على اء ويكون حينئذ خط سيرها مستقيما ومتجهها في اتجاه قطر متوازي الاضلاع اء و ح

وثانيا نبرهن على أن المتحرك يتحرك بحركة منتظمة التغير

ولذلك يقال أنه من النسب $\frac{ا}{ا} = \frac{ا}{ا} = \frac{ا}{ا}$ يتضح أن حركة النقطة ١ منتظمة التغير وثالثا نبرهن على أن عجلة المتحرك تكون مبينة بقطر متوازي الاضلاع المنشأ على عجلتي الحركتين المركبتين لأنه إذا كان ز هي الوحدة الزمنية فيكون اء ، اء ، اء هي انصاف عجالات الحركتين المركبتين والحركة المحصلة

فإذا كان ب ، ب هما عجلتا الحركتين المركبتين ، اء هي عجلة الحركة المحصلة فإنه يحدث

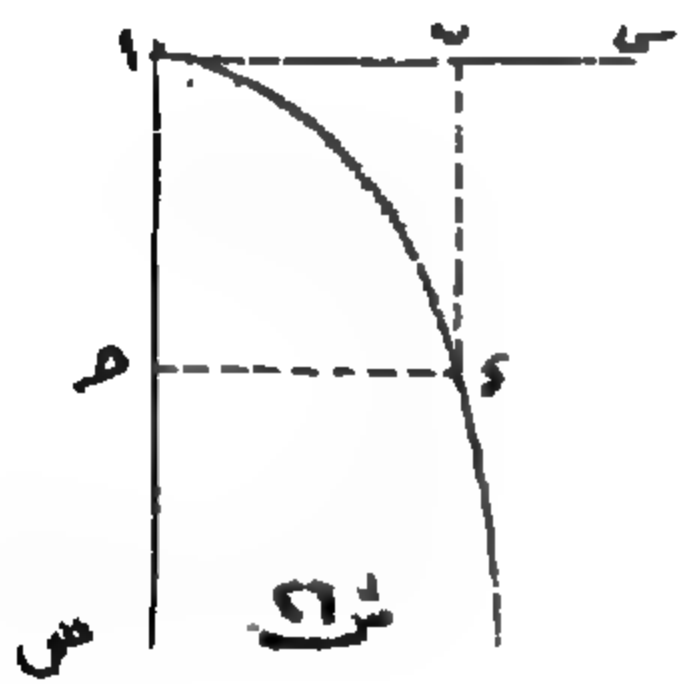
$$ب = ب + ب + ب$$

الحركة المنتظمة - الحركة المنتظمة التغير

حركة المقذوفات

الجسم المقذوف افقيا - اذا اعتبرت حركة متحرك محصلة حركتين آيتين احدها منتظمة في اتجاه الافق اس سرعتها ع والآخرى منتظمة العجلة في اتجاه الرأسى اس عجلتها ح فإنه في نهاية الزمن ز يكون المتحرك في نقطة ء التي هي رأس المستطيل

ا ب و ح الذي فيه



$$(١) \quad ا = ع \cdot ز$$

$$(٢) \quad \frac{ا}{ح} = \frac{ع}{ح} \cdot ز$$

وحينئذ من معادلة (١) يحدث

$$\frac{ا}{ح} = \frac{ع}{ح} \cdot ز$$

وعليه تؤول معادلة (٢) الى

$$\frac{ا}{ح} \times \frac{ح}{ع} = ز$$

ومنها يكون $\frac{ا}{ح} = \frac{ع}{ح} \cdot ز$ لكن $\frac{ع}{ح}$ كمية ثابتة

حينئذ تكون الاحداثيات الرأسية لخط السير اء المقطوع بالمتحرك مناسبة لمربعات الاحداثيات الافقية وعليه فيكون قطعاً مكافئاً محوره اس ورأسه نقطة ١ واذا جعل اء = ص ، اء = س ، $\frac{ع}{ح} = ح$ فإن المعادلة السابقة تؤول الى ص = ح = س .

الجسم

الجسم المقذوف على زاوية حيثما اتفقت - اذا فرض جسم مقذوف على زاوية α بسرعة v وكان له حركتين آيتين احدها منتظمة في الاتجاه α والاخرى منتظمة المتغيرة منسوبة للتناقل ومجهة من اعلاه الى اسفل بمجملتها g وكان المطلوب معرفة خط السير فانه يلزم تعيين وضع المتحرك في نهاية الزمن t

خط السير - اذا لم يكن للمتحرك سوى السرعة v في نهاية الزمن t فانه يقطع المسافة بشكل γ الناتجة من المعادلة

آب = ع نه

ولكى في هذه المدة يؤثر التثاقل عليه وينقصه كمية تعلم من القافورات

$$\frac{L_2}{L} = 10$$

وحيث أن المترك يكون موجوداً في نقطة م ويكون رضع

النقطة م معينا اذا علم اسم

ولذلك نفرض أن $a = s + m$ مع ملاحظة

آن وم = و-م وم وحیدت بیحدت

س = مع مرخصی ... (۱)

$$ص = ع \text{ نرحا ی} - \frac{ع}{ج} \dots (۲)$$

وبواسطة هاتين المعادلتين يمكن تعيين وضع المتحرك في أى لحظة فإذا حذف الزمن من

معادلتی (۱) و (۲) فانه یحصل علی معادله خط السیر هكذا

$$\text{ص} = \frac{\text{مطلای}}{\text{ع، حاصی}}$$

وهي معادلة القطع المكافئ

مسحة الرمي - اذا فرغ من ان هـ هي النقطة التي فيها يأتى المتحرك غائبا على الافق المار بنقطة

الابتداء فان المسافة h تسمى بسبعة الرمي وفي هذه النقطة h يكون الاسد في الرأس محدودا

وحيث يمكن إيجاد مقدار سرعة الرمي يجعل $v = 0$ في قانون (٢) والحيث في معادلة (١) عن مقدار

سالمقابل لہ لکن متی کان ص = . فیکون

ع من حافى - $\frac{ع}{ح} =$ أو

$$n = (ع\text{های} - \frac{ع}{c}) =$$

وهذه المعادلة الاخيرة تتحقق بجعل $\alpha = 0$.

وفي هذه الحالة يكون المتحرك في نقطة الابتداء ١ التي فيها يكون الاحداثي الرأسى معدوماً وتحقق

ايضا يجعل ع حاي = ح_ن الذي يكون مطابقا للنقطة ه ولكن في هذه الحالة

$$(۱۳) \dots\dots\dots \frac{\text{ع های}}{م} = \text{ن}$$

وبوضع مقدار z هذا في معادلة (١) يحصل

$$s = \frac{g \sin \alpha}{g \cos \alpha} \sin \alpha \quad \text{أو} \quad s = \frac{g \sin \alpha}{g \cos \alpha} \sin \alpha$$

س = $\frac{g \sin \alpha}{g \cos \alpha} \sin \alpha$ وهو مقدار السعة المطلوب (٤)

السعة الأعظم ما يمكن - إذا غيرت الزاوية التي يقذف المقذوف عليها بسرعة ثابتة مع ثبات سعة الرمي تتغير ولكن حيث أن العامل $\sin \alpha$ يصل إلى نهايته العظمى إذا كان $\alpha = 90^\circ$ وفي هذه الحالة يكون

$$s = 0 \quad \alpha = 90^\circ$$

حينئذ متى قذف المقذوف على زاوية قدرها 90° فإن سعة رميته تكون أعظم ما يمكن وفي هذه الحالة قانون (٤) يؤول إلى $s = \frac{g}{g}$

وهي أكبر مسافة أفقية يقطعها جسم مقذوف بسرعة g وتسمى بسعة الرمي الأعظم ما يمكن فإذا كان الجسم مقذوفا رأسيا بنفس السرعة g فإنه يرتفع بناء على ما تقدم بالارتفاع $s = \frac{g}{g}$ وحينئذ سعة الرمي الأعظم ما يمكن تكون ضعف الارتفاع الذي يرتقى إليه الجسم المذكور إذا قذف رأسيا بنفس السرعة

ارتفاع الرمي - أكبر مقدار للرأسي s يسمى بارتفاع الرمي أو سهم الرمي ولأجل الحصول عليه يلزم أن يبحث عن النهاية العظمى للأحداني s ولأجل ذلك نحل المعادلة (٢) بالنسبة للزمن t فيحدث

$$z = \frac{g \sin \alpha}{g \cos \alpha} \sin \alpha \quad \dots \dots \dots (٥)$$

ولكن حيث أن مقدار z حقيقيا فيلزم أن يكون

$$\frac{g \sin \alpha}{g \cos \alpha} \sin \alpha \leq \frac{g \sin \alpha}{g \cos \alpha} \sin \alpha \quad \text{ومنه يحدث}$$

وحينئذ فالنهاية العظمى لمقدار s تكون

$$s = \frac{g \sin \alpha}{g \cos \alpha} \sin \alpha \quad \dots \dots \dots (٦)$$

والمتحرك يصل إلى النقطة الأعلى ما يكون في نهاية الزمن

$$z = \frac{g \sin \alpha}{g \cos \alpha} \sin \alpha \quad \dots \dots \dots (٧)$$

وبمقارنة معادلة (٦) بمعادلة (٣) يشاهد أن أكبر ارتفاع يطابق لنقطة s التي هي منتصف المستقيم g وحينئذ فالزمن الذي يستعمله المتحرك في النزول يكون عين الزمن الذي يستعمله للصعود والمتحرك في مدتين متساويتين البعد عن الزمن المقابل للنقطة الأعلى ما يكون يكون على ارتفاع واحد لأنه بناء على معادلة (٢) يرى أن الأحداني الرأسى s دالة بدرجة ثانية بالنسبة للزمن t وعليه فخط السير يكون متماثلا بالنسبة إلى المحور s ويكون قطعاً مكافئاً رأسه نقطة g

الارتفاع

(٢٧)

الارتفاع الاعظم ما يمكن - حيث ان ارتفاع الرمي يتغير تبعا للزاوية θ فيكون نهايته عظمى اذا كان $\theta = 45^\circ$ أو $\theta = 90^\circ$

وبوضع هذا المقدار في معادلة (٦) يكون

$$v = \frac{u^2}{2g}$$

وحينئذ فالمقدار $\frac{u^2}{2g}$ يكون هو اعظم ارتفاع يرتقى اليه المقذوف بسرعة u

تنبيه - في حالة ما يكون $\theta = 0^\circ$ فان جأى $\theta = 90^\circ$ ويكون

$$v = 0$$

وهو نصف مقدار الارتفاع السابق أعني انه في حالة ما يكون $\theta = 0^\circ$ تكون سرعة الرمي أكبر من سرعتها بأربع مرات

حركات المقذوفات في الهواء

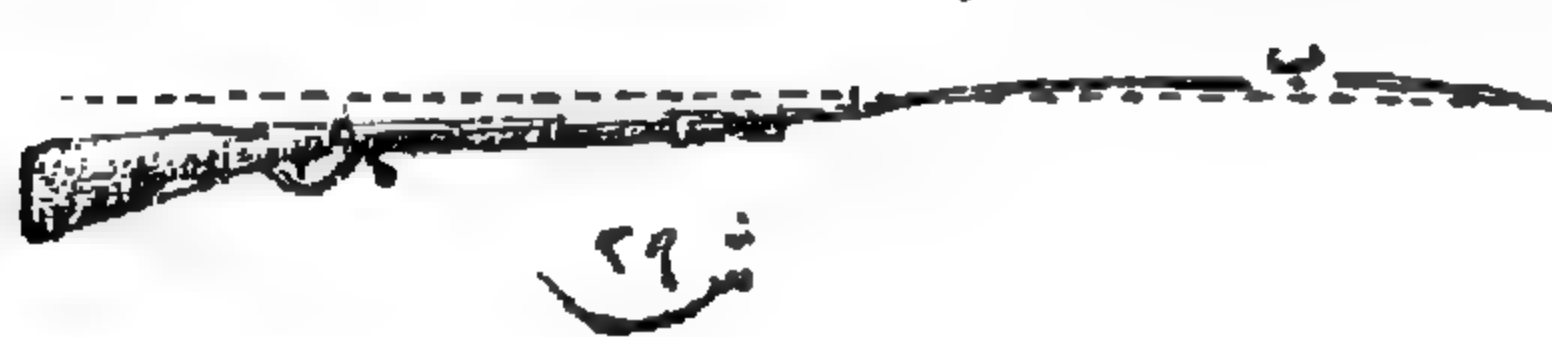
اعلم ان مقاومة الهواء تغير النتائج السابقة وتغير شكل خط السير يحدث تقليل ارتفاع الرمي وسعته والفروقات الحادثة بحسب سرعة كاري من شكل ٢٨



حيث ان الخط المجزء في الشكل المذكور يدل على خط السير النظري والخط المتصل يدل على خط السير في الهواء

ولاجل الوصول الى نقطة معينة B يلزم قذف المقذوف على زاوية معينة ويتوصل لذلك بواسطة

النشابة جاء الذي به يمكن جعل ميل البندقية على الزاوية اللائقة



الحركات الظاهرية

تعريف - الحركة الظاهرية لنقطة ما بالنسبة لأخرى هي حركة النقطة الأولى مشاهدة لراصد واقف في النقطة الثانية

ولأيجاد الحركة الظاهرية أو النسبية تستعمل القاعدة الآتية المنسوبة الى المعلم غليلي

قاعدة الحركات النسبية - الحركات النسبية لجسم لا تتغير اذا اعطى الجسم المذكور حركة انتقالية حيثما انتقلت

وهذه القاعدة المحققة بنتائجها تعتبر بديهية في علم الميكانيكا

فإذا فرض ان A نقطتان متحركتان وكان المطلوب ايجاد الحركة الظاهرية لنقطة B بالنسبة

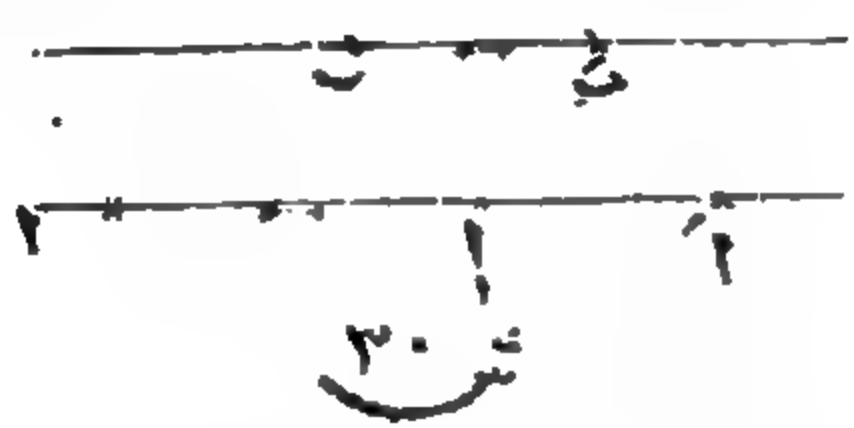
لنقطة C يعطى المجموعة حركة انتقالية مساوية ومضادة لحركة C - نقطة B وحينئذ فالحركة النسبية

لا تتغير بناء على ما ذكر وعلى هذا فنقطه B تبقى ساكنة وأما نقطة A فتكون لها حركتان آتيتان

احداها حركة خاصة والثانية الحركة الانتقالية وحينئذ فحصة هاتين الحركتين تكون هي الحركة الظاهرية المطلوبة

وقد تسمى حركة النقطة الموجود بها الراصد بالحركة الجاذبة
ولنبحث الآن بواسطة هذه الطريقة عن بعض حركات نسبية بسيطة جداً بفرض ان حركات
النقط متطرفة

الحركة النسبية لنقطتين متحركتين على مستقيمين متوازيين - أولا متى كانت الحركتان متحدتي الجهة وفرض ان نقطة ٢ شكل ٣ قطعت في زمن ما المسافة ٢٢ بحركة منتظمة وان ب نقطة أخرى قطعت في نفس الزمن بحركة منتظمة المسافة ٤٢ وان المستقيمين ٢٢ ٤٢ متوازيان وكانت المطلوب إيجاد الحركة النسبية لنقطة ٢ بالنسبة



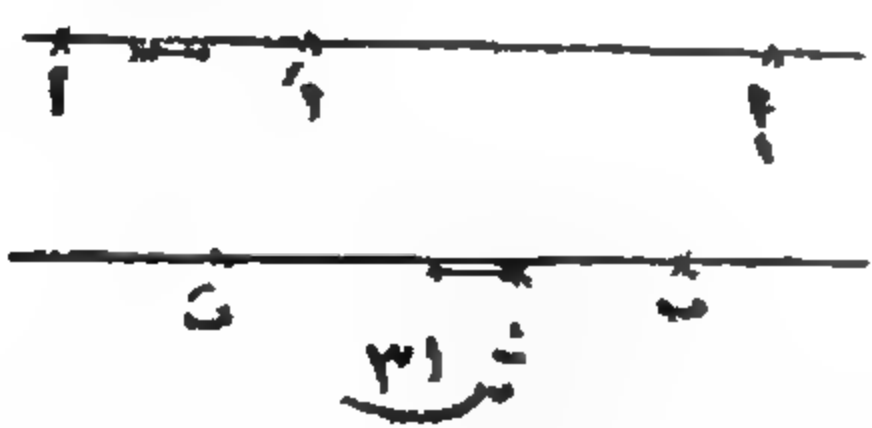
المطلوب إيجاد الحركة النسبية لنقطة ١ بالنسبة
لنقطة ٢ فثبت نقطة ٢ بإعطاء المجموعة حركة انتقالية مساوية
ومضادة لحركة النقطة ٢

وحينئذ في نهاية الزمن من المفروض نصل نقطة ٢ الى آ بحركتها الخاصة ولكن بسبب الحركة الانتقالية تكون نقطة آ قد انتقلت الى ١ حيث يكون ١ ٢ = ٢ وحينئذ تكون نقطة ٢ قد قطعت المسافة ١ ٢ وإذا اعتبر أن الزمن مساوٍ لثانية واحدة فالطول ١ ٢ يكون دالاً على سرعة الحركة النسبية وعليه إذا رمز بحرف v لسرعة الحركة النسبية المذكورة وبحرف c لسرعتي نقطتي ١ ٢ يكون

$$E - E = E,$$

وحينئذ في حالة ما تكون الحركتان في جهة واحدة تكون السرعة النسبية مساوية للفرق بين السرعتين المطلقتين

وثانياً - متى كانت الحركة متضادتي الجهة وفرض ان u_1 u_2 سرعتا المتحركين وكانت



المطلوب إيجاد السرعة الظاهرية لنقطة A بالنسبة
لنقطة B فتعطي المجموعة حركة انتقالية مساوية
ومضادة لحركة النقطة B وحينئذ فنقطه B

تقدير ساكنة - ونقطة ١ تكون قد قطعت المسافة ٢٢ بحركتها الخاصة ٢٤ = ٢٠ م بسبب الحركة الانتقالية - حينئذ تكون نقطة ٢ قد قطعت المسافة ١٢ وعليه يكون

$$\bar{c} + c = \bar{c}$$

وينج من ذلك أنه متى كانت الحركات مختلفة الجهة تكون السرعة النسبية مساوية لمجموع سرعتين المطلقتين وهذا ما يوضحه السرعة الظلية التي يشاهدها ركاب قطارين سائرين في جهتين متضادتين

الحركة الظاهرية لنقطتين متحركتين على مستقيمين حيثما اتفق - إذا فرض أن \mathbf{A} ، \mathbf{B} سرعتا الحركتين المطلقتين لتقطعي \mathbf{A} ، فقطى المجموعة الحركة الاستقالية التي تثبت نقطة \mathbf{P} ، وحينئذ تكون نقطة \mathbf{P} لها سرعتان أحدهما \mathbf{A} وهي سرعتها الخاصة، والثانية \mathbf{A}' وهي السرعة الاستقالية، وبجعلها معا يحصل على \mathbf{A}' التي هي سرعة الحركة الظاهرية

ويعتصمها معا يحصل على ١؟ التي هي سرعة الحركة الظاهرية
وحيث ان الرصد الراقف في نقطة م يشاهد
ان نقطة ٢ تنتقل على اتجاه القطر ١؟ بسرعة مبدئية
بطول هذا القطر وعلى هذا يرى ان البحث عن الحركات
الظاهرية يؤدى الى الحصول للحركات الآتية

ولنذكر الارتباطات الواقعة بين السرعة النسبية والسرعة المطلقة - لنقطة مادية متحركة - وبين سرعة نقطة الابتداء أي النقطة المنسوب إليها الحركة النسبية فنقول —
أولاً أن السرعة النسبية هي محصلة السرعة المطلقة للنقطة المادية المتحركة - وسرعة - نقطة - الابتداء مأخوذة في الجهة المضادة

وثانياً - إذا بدأ \vec{A} من جهة ٢ على استقامته وأخذ عليه $\vec{A} = \vec{A}_1$ فإن \vec{A} يكون عبارة عن سرعة نقطة الابتداء فإذا وصل \vec{A} يكون \vec{A}_1 متوازي اضلاع ويكون \vec{A}_1 قطعاً له وينتج أن السرعة المطلقة للنقطة المتحركة تكون محصلة السرعة النسبية وسرعة نقطة الابتداء مأخوذة في الجهة الأصلية لها

وثالثا - اذا مد ١٢ على استقامته من جهة ٢ وأخذ عليه ١ و ١٠ و ١١ و وصل مستقيم و
فإن ١٢ يكون قطرا لمستوازي الاضلاع ١٢ و ١٠ و تكون حينئذ سرعة نقطة الابتداء محصلة
السرعة المطلقة للنقطة المتحركة - والسرعة النسبية مأخوذة في الجهة المضادة

في انتقال الحركات

تنقسم الحركات الأصلية الى أربعة أقسام كالآتي

الأول الحركة المستقيمة المستمرة

الثاني الحركة المستقيمة المتردة

الثالث الحركة المستديرة المستمرة

الرابع الحركة المستديرة المتعددة

وكل من الحركات المذكورة يمكن نقله الى حركة اخرى من جنسه او مغايرة له. وهذا يؤدي الى ستة

عشر استقلالاً للحركة كل منها يحصل بطرق مختلفة بحسب النتيجة المطلوبة

ويمكن بيان الاستقلالات الستة عشر كالآتي

$\left. \begin{array}{l} \text{مستم} \\ \text{متردة} \end{array} \right\} \text{الحركة مستقيمة}$	}	حركة مستقيمة مستمرة
$\left. \begin{array}{l} \text{مستم} \\ \text{متردة} \end{array} \right\} \text{الحركة مستديرة}$		
$\left. \begin{array}{l} \text{مستم} \\ \text{متردة} \end{array} \right\} \text{الحركة مستقيمة}$	}	حركة مستقيمة متردة
$\left. \begin{array}{l} \text{مستم} \\ \text{متردة} \end{array} \right\} \text{الحركة مستديرة}$		
$\left. \begin{array}{l} \text{مستم} \\ \text{متردة} \end{array} \right\} \text{الحركة مستقيمة}$	}	حركة مستديرة مستمرة
$\left. \begin{array}{l} \text{مستم} \\ \text{متردة} \end{array} \right\} \text{الحركة مستديرة}$		
$\left. \begin{array}{l} \text{مستم} \\ \text{متردة} \end{array} \right\} \text{الحركة مستقيمة}$	}	حركة مستديرة متردة
$\left. \begin{array}{l} \text{مستم} \\ \text{متردة} \end{array} \right\} \text{الحركة مستديرة}$		

وهذه الحركات تستعمل في الآلات الميكانيكية وغيرها بحسب لزومها ويتخذ لها الاعضاء اللازمة لاسكان حصولها فمثلا لنقل الحركة المستديرة المستمرة الى حركة مستديرة مستمرة تستعمل السيور والطناير والطناير المدرجة والاسطوانات المحتكة مع بعضها والتعاشيق الاسطوانية والمخروطية والتعاشيق ذات الفانوس وغير ذلك ولنقل الحركة المستقيمة المتردة الى حركة مستديرة مستمرة تستعمل الاذرعة والمنويولات ومتوازي اضلاع وات والبلاشيه ولنقل الحركة المستديرة المستمرة الى حركة مستقيمة متردة تستعمل الاكسنتريكات ولنقل الحركة المستديرة المستمرة الى حركة مستقيمة مستمرة تستعمل البريمات والملافييف ولنقل الحركة المستقيمة المستمرة الى حركة مستقيمة مستمرة يستعمل البكر والاحبال وهكذا

تمرينات

- (١) المطلوب تحصيل حركتين مختلفتين
- (٢) اذا قذف جسم على زاوية قدرها ٥٠ بدرجة قدرها ٤٠ فما هو اتجاهه ومقدار سرعته في نهاية الزمن t واجراء المناقشة

- (٣) على أى زاوية يمكن قذف جسم بسرعة ع بحيث يصل نقطة احداثياتها e, k وتحديد نقطة المستوى الذى يمكن ان يصله المقذوف وتعيين القطع المكافئ المحقق للعمل
- (٤) ما مقدار السرعة التى قذف بها مقذوف افقيا بعد معلومية أنه قطع افقيا مسافة قدرها u ورأسيا مسافة قدرها h
- (٥) المطلوب إيجاد الحركة النسبية لنقطة ٢ بالنسبة لنقطة ١ فى الأحوال الآتية
أولا بفرض ان نقطة ٢ هى المتحركة فقط
ثانيا بفرض ان نقطة ٢ ثابتة ونقطة ١ هى المتحركة
ثالثا بفرض ان نقطة ٢ تسقط رأسيا بحركة منتظمة البجلة ونقطة ١ متحركة افقيا بحركة منتظمة
- (٦) سفينة تتقدم فى اتجاه ما بسرعة قدرها c وأن الريح متجهة فى اتجاه آخر بسرعة c' والمطلوب معرفة الاتجاه الذى يأخذه دليل الرياح
- (٧) المطلوب معرفة الحركة الظاهرية لنقطة ثابتة بالنسبة لنقطة أخرى خط سيرها مضلع
- (٨) المطلوب معرفة الحركة الظاهرية للشمس مشاهدة من سطح الأرض
- (٩) اذا كان متحركان يتحركان على مضامين مختلفين فما تكون الحركة النسبية لأحدهما بالنسبة للآخر
- (١٠) المطلوب معرفة الحركة الظاهرية لكوكب مشاهد من سطح الأرض

الديناميك

القواعد الأساسية

الديناميك علم يبحث فيه عن الارتباطات الواقعة بين القوى وبين الحركات التى تحدثها قوانين علم الديناميك مبنية على أربع قواعد أساسية ناتجة من مشاهدة الظواهر وهذه القواعد لم تكن بديهية فى مبدأ الأمر بل أن رجالا من العلماء مثل كيبلير وغليليو وفوقون هم الذين استكشفوها من بين الحركات المختلفة التى نشاهدناها وتلك القواعد لا يمكن تحقيقها مباشرة بل انها تحقق بالمطابقة الحاصلة بين نتائجها وبين الحركات المشاهدة

القاعدة الاولى - القصور الذاتى

(كيبلير)

قاعدة القصور الذاتى - أولا أن النقطة المادية الساكنة لا يمكن ان تتحرك من نفسها وثانيا أن النقطة المادية المتحركة لا يمكن من نفسها ان تغير سرعتها مقدارا واتجاها وحيث فتكون حركتها مستقيمة ومنتظمة ان لم تقاوم بتأثير خارجي

ويمكن التسليم بالجزء الأول من قاعدة القصور الذاتي وأما الجزء الثاني فيرى أنه متناقض لما هو شاهد للعيان حيث إن سرعة جميع الأجسام التي يصير تحركها تتناقص إلى أن تنعدم ولكن يلزم أن يفهم أن ذلك ناشئ عن الاحتكاك ومقاومة الأواسط وهكذا إذا أنه بمجرد تقليل تأثير هذه الأسباب المقاومة تطول مدة الحركة - عما كانت قبلا - ويعلم من ذلك حينئذ أنه إذا أمكن إعدام تلك المقارمات فإن السرعة قصير ثابتة

وينتج من قاعدة القصور الذاتي مباشرة أمران الأول أن حركة نقطة مادية يلزم أن تكون ناشئة عن أسباب خارجية مؤثرة على هذه النقطة أو سبق تأثيرها عليها

الثاني أن كل نقطة لا يقع عليها أدنى تأثير خارجي تكون ساكنة - أو ذات حركة مستقيمة منتظمة أما الإنسان والحيوانات فتتحرك بالإرادة لأنه يوجد فيهم أمر غير مادي وغير منقاد لقوانين القصور الذاتي

والقصور الذاتي للمادة يوضح ظواهر عديدة منها أن الأخصان الواقف في صرة سارت فجأة يميل للوقوع في الجهة العكسية لحركة العربة حيث أن قدميه يجذبان بالعربة وجزءه العلوي مائل للبقاء في محله يحصل عكس ذلك إذا وقفت العربة دفعة واحدة ومنها أنه إذا قل بدون احتباس النار ملوئ بالماء فإن الماء يندفق في الجهة العكسية لحركة الأناء المذكور

ومنها حصول الخطر عند الوثوب بدون احتباس من عربة سائرة لأنه عند ما تلامس الأرجل سطح الأرض يكون الجزء العلوي من الجسم مستمرا في الحركة بالسرعة المكتسبة ويحصل تصادمه مع الأرض بقوة تكون عظيمة كلما كانت الحركة سريعة

ومنها تثبيت القدم في تضايه يلزم طريق النصاب المذكور في مانع ثابت وحينئذ فالقدم يستمر في الحركة مع زلق الياف خشب النصاب

وأخيرا فالقصور الذاتي أيضا هو الذي يوضح لنا أسباب المصابيح الحبيمة الناشئة عن تصادم سفينتين أو قطارين متحركين بسرعتين عظيمتين

القاعدة الثانية - الفعل ورد الفعل

(نوتون)

التساوي بين الفعل ورد الفعل - إذا أثرت نقطة مادية على نقطة مادية أخرى فإن النقطة الأخيرة تؤثر على الأولى بقوة مساوية ومضادة للتأثير الواقع عليها منها

وباستعمال نصر منطوق نوتون يقال أن رد الفعل يكون دائما مساويا للفعل ونحو القالة في الجهة فمثلا إذا ضغطت باليد على طاولة فإنه يستشعر بحصول رد فعل من الطاولة المذكورة على اليد

وإذا

وإذا أثر من السفينة على شيء ثابت في الشاطئ بواسطة جبل فإن السفينة المذكورة تقرب من الشيء المذكور كما لو كان جذب تلك السفينة حاصلًا من الشاطئ بقوة مساوية ومضادة للأولى فهذه القوة الأخيرة التي ترى أنها آتية من الشيء الثابت هي عبارة عن رد الفعل وإذا لم يحدث الأرض رد فعل مائل فلا يتسبب السير عليها كما يتضح ذلك من الصعوبة التي تنشأ من السير على أرض رخوة أو على سطح أملس والالتصاق الحاصل بين عجل وأبور اللوكوموتيف وبين قضبان السكة الحديد هو السبب في إمكان سير اللوكوموتيف عليها وجذب القطر معه

تلييه بناء على قاعدة العصور الذاتي تكون كل قوة مؤثرة على نقطة مادية مثل ٢ صادرة من نقطة مادية أخرى مثل ١ وحيث بناء على القاعدة الحالية تكون نقطة ١ متأثرة دائماً بقوة صادرة من نقطة ٢ وعلى هذا فهاتان القوتان وهما تأثير نقطة ١ على ٢ ورد فعل نقطة ٢ على ١ تكونان متساويتين ومختلفتان لجهة ومجهتين في اتجاه المستقيم أ ب وزيادة على ذلك تكون هاتان القوتان قوت جذب أو دفع على حسب كونهما تبتعدان أو تقتبران المسافة أ ب أو لزيادة

القاعدة الثالثة - الحركة النسبية

(غليلى)

عدم تعلق حالة سكون أو حركة جسم بتأثير القوة الواقعة عليه - تأثير أى قوة على نقطة مادية لا يتعلق بالحركة المكتسبة من قبل هذه النقطة وهذه القاعدة تسمى غالباً بقانون الحركة النسبية لأنه بناء على هذه القاعدة متى كانت جملة غير متغيرة ونقطة غير مرتبطة بها متحركتين حركة واحدة انتقالية مستقيمة ومنظمة ثم تأثرت النقطة المذكورة بقوة فالحركة التي تأخذها بالنسبة للجملة المذكورة أعني حركتها النسبية تكون عين الحركة التي تأخذها تلك النقطة لو كانت النقطة والجملة المذكورتين ساكنتين في الأصل

وبعبارة أخرى يقال أنه لحركة النسبية غير متعلقة بحركة الجذب وسنشتغل بدراسة بعض أحوال مهمة مستنتجة من هذه القاعدة فنقول -

الحركة الناشئة من قوة ثابتة

تعريف - القوة تكون ثابتة متى كان اتجاهها وشدها ثابتين وقد توجد ثلاث حالات مختلفة يجب ما تكون النقطة المادية خارجة من السكون أو لها سرعة ابتدائية في اتجاه القوة أو كان اتجاه السرعة الابتدائية المذكورة حيثما اتفق

ففي الحالتين الأولتين ينشأ عن القوة الثابتة حركة مستقيمة منتظمة التغير الحالة الأولى - النقطة المادية خارجة من السكون - القوة الثابتة المؤثرة على نقطة مادية مطلقة خارجة من السكون تحدث لها حركة مستقيمة منتظمة الجملة

لأنه إذا فرض أن c هي السرعة الناتجة من تأثير القوة الثابتة على النقطة المادية في نهاية الوحدة الأولى من الزمن ثم انعدم تأثير القوة في هذه اللحظة فبناء على قاعدة القصور الذاتي تستمر النقطة المذكورة في التحرك بحركة منتظمة سرعتها c ولكن بتأثير القوة في مدة الوحدة الثانية من الزمن يكون للتحرك سرعة جديدة c' حيث أن القوة تؤثر على النقطة المادية كما لو كانت ساكنة وبضم هذه السرعة الجديدة إلى السرعة المكتسبة تكون سرعة المخزن في نهاية وحدتي من الزمن هي $c + c'$ وبالمثل في نهاية ثلاث وحدات من الزمن تكون السرعة مساوية إلى $3c$ وهكذا إذا مضى بالزمن t للسرعة في نهاية وحدات من الزمن قدرها n يكون

$$\frac{c}{n} = c'$$

أعني أن السرعة تكون مناسبة للزمن وعليه فتكون الحركة منتظمة العجلة وحيث أن القوة ثابتة الاتجاه فتكون الحركة مستقيمة

الحالة الثانية - النقطة المادية لها سرعة ابتدائية متجهة جهة القوة - متى كانت نقطة مادية لها سرعة ابتدائية واقع عليها قوة ثابتة في اتجاه السرعة المذكورة تكون حركة تلك النقطة مستقيمة ومنتظمة التغير وحيث أن هذه القوة يمكن أن تؤثر في جهة السرعة الابتدائية أو في لجهة المضادة فيقال أولاً - إذا كانت القوة متجهة في جهة السرعة الابتدائية تكون الحركة منتظمة العجلة لأنه إذا كانت a هي السرعة الابتدائية b السرعة التي اكتسبها المتحرك في نهاية ثانية واحدة بتأثير القوة المذكورة فبالبرهنة كما في الحالة الأولى يرى أن السرعة c في نهاية الثانية الأولى تتربك من السرعة الابتدائية a ومن السرعة b ويكون

$$c = a + b$$

$$c' = a + 2b$$

$$c'' = a + 3b$$

$$c''' = a + 4b$$

وعلى هذا فتكون الحركة منتظمة العجلة وعجلتها b

وثانياً - إذا كانت القوة متجهة في جهة مضادة لجهة السرعة الابتدائية تكون الحركة منتظمة التقصير لأنه حيث كانت العجلة متجهة في جهة مضادة لجهة السرعة الابتدائية فيلزم تغير b بالمقدار $-b$ في القوانين السابقة وحينئذ يكون

$$c = a - b$$

$$c' = a - 2b$$

$$c'' = a - 3b$$

$$c''' = a - 4b$$

وهذا

وهذا القانون الأخير هو قانون سرعة حركة منتظمة المتغير عجلتها - ب -
وبالعكس إذا كان لنقطة مادية حركة مستقيمة ومنتظمة المتغير تكون تلك النقطة متأثرة بقوة ثابتة باتجاه
في اتجاه الحركة المذكورة لأنه حيث كانت الحركة غير منتظمة فالمحرك بناء على قاعدة القصور الذاتي يكون
متأثرا على الدوام بقوة وهذه القوة تكون ثابتة والا فالعجلة تزداد أو تنقص تبعا للقوة المذكورة
وتكون أيضا في اتجاه حركة المحرك لأنه إذا كان للقوة في لحظة ما اتجاه مغاير لاتجاه الحركة المذكورة فالمحرك
يتبع محصلة الحركة الناشئة من القوة مع الحركة السابقة ولا يتبع حينئذ اتجاه حركته الأصلية
وهذا يخالف للفرض
وعلى هذا متى كانت الحركة عجزية فالقوة تكون في جهة السرعة الابتدائية ومتى كانت تفصيلية فتكون القوة
في الجهة المضادة

تنبیان

الأول - التثاقل قوة ثابتة - لأنه قد شوهد فيما تقدم ان حركة جسم ساقط في الفراغ بتأثير التثاقل منتظمة المجلة. وحينئذ فتقل الجسم يؤثر في كل مكان بقوة ثابتة

الثاني - كل قوة تؤثر بمفردها على جسم لا يمكن ان تحدث له حركة منتظمة

لأن الحركة المستقيمة المنتظمة يمكن ان تنتج أولا من قوة انقطع تأثيرها بحيث ان الجسم يستمر بعد ذلك في التحرك بناء على سرعته المكتسبة وثانيا من استمرار انعدام مجلة القوة المحركة بتأثير الاحتكاك أو بسبب آخر

ويفهم من ذلك حينئذ انه اذا كان جسم متحرك بانتظام فلا يكون متأثرا باحدى قوة او ان القوى الواقعة عليه تكون مدونة

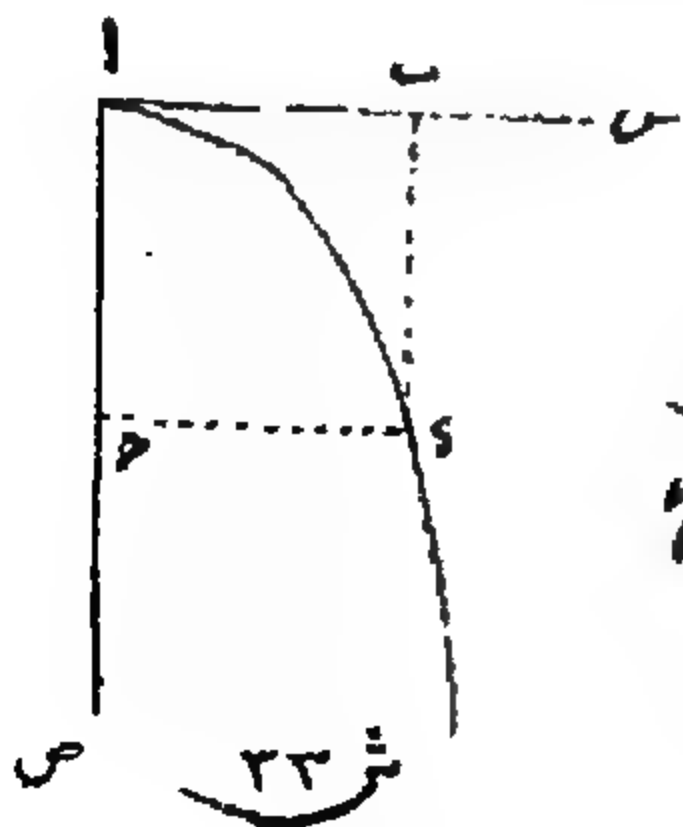
وهذا ما يعبر عنه بالتوازن الديناميكي في مقابلة التوازن الاستاتيكي الذي يستلزم ان يكون الجسم ساكنا

وحينئذ لأجل أن يكون للعربة سرعة منتظمة على طريق افقى يلزم أن يحدث المحرك بالاستمرار جذبا مساويا للمقاومات اللازمة أن تغلب عليها لأنه لو كان الجذب أكبر من المقاومات المذكورة لكانت الحركة مجالية

ولا يخفى أن التأثير اللازم حصوله يتناقض كلما نقص الاحتكاك كما هو مشاهد بالنسبة للعبات
التي تسير على قضبان من الحديد

الحالة الثالثة - السرعة الاستدائية ليست في اتجاه القوة

إذا فرض مثلاً نقطة مادية ثقيلة معذوفة في لجام غير رأسي α كما في شكل ٣٣
يقال أنه لو لم تكن النقطة ثقيلة لتحرك بناء على السرعة الابتدائية حركة مستقيمة
منقلة كما تقدر وأنه إذا سقطت تلك النقطة بتأثير المتأفل فقط لكانت حركتها



مستقيمة ومنظمة التغير كما تقدم أيضا
ولكن بناء على القاعدة الثالثة هاتان الحركتان توجبان في آن واحد بدون أن تؤثر أحدهما على الأخرى
وحينئذ فتتصل الحركة الحقيقية للقذف على فرض أنه ساقط على اتجاه الخط الرأسى α مع اعتبار انتقال
الرأسى المذكور بالتوازي لنفسه بحيث أن النقطة α المذكورة تقطع المستقيم $\alpha\beta$ بحركة - منظمة سرعتها
السرعة الابتدائية أعني أنه بتجصيل الحركة - المستقيمة المحددة بالسرعة الابتدائية مع الحركة - المستقيمة المنظمة
التغير الناتجة من التفاعل كما تقدم يكون خط السير الناتج قطعاً مكافئاً

تنبيهات

الأول - اعلم أن سرعة المتحرك المذكور في لحظة ما هي محصلة سرعة الحركة المنظمة وسرعة الحركة - المتغيرة
في اللحظة المذكورة

الثاني - حيث أنه عند انعدام تأثير القوة في لحظة ما فتتغير الحركة - المستقيمة ومنظمة فتكون سرعة المتحرك
في لحظة ما عين سرعة الحركة - المنظمة التالية للحركة - المتغيرة في تلك اللحظة التي ينقطع فيها تأثير
القوة

القاعدة الرابعة

(غليلي)

عند تعلق تأثيرات القوى الآتية ببعضها - أعني أنه إذا أثرت جملة قوى آتية على نقطة مادية فتأثير
كل منها يكون حاصلًا كما لو كانت كل قوة مؤثرة بمفردها
وحينئذ إذا خرج المتحرك من السكون فالحركة الناتجة من تلك القوى الآتية تتصل ببناء على ما تقدم
بتركيب الحركات المختلفة المستقيمة والمنظمة التغير الناتجة من القوى المذكورة كما لو كان كل
منها مؤثر بمفرده وعليه فتكون الحركة - المحصلة - مستقيمة ومنظمة التغير ومجملتها محصلة - مجملات
الحركات المركبة - لها وهذه الحركة - الأخيرة تكون بالضبط هي حركة - محصلة القوى الآتية المذكورة المحصلة
بناء على قاعدة كثير الاضلاع القوى إذا أثرت تلك المحصلة بمفردها على النقطة المادية المفروضة

تنبيهات

الأول - إذا كان للنقطة المادية سرعة ابتدائية فتتصل حركتها بتركيب الحركة - المستقيمة المنظمة المقابلة
لتلك السرعة الابتدائية مع الحركة - المستقيمة المنظمة التغير التي تحدثها لها محصلة القوى الواقعة
عليها عند ما تكون تلك النقطة خارجة من السكون

الثاني - إذا كانت محصلة القوى الواقعة على النقطة المادية معدومة فتأثيرات تلك القوى يحو
بعضها بعضاً والنقطة المادية تصير كما لو كانت غير متأثرة بأدنى قوة

فإن لم يكن للنقطة المادية المذكورة سرعة ابتدائية فأنها ستكون والقوى الواقعة عليها لا تحدث لها أدنى
حركة - وتكون متزنة توازناً استاتيكيًا

وإن كان

وان كان لملك النقطة سرعة ابتدائية فانها تكون متحركة حركه - مستقيمة منتظمة والقوى المذكورة لا تغير حركتها وتكون متزنة توازن دينا ميكا

ومن القاعدة الرابعة المذكورة يستنج التقدير الديناميكي للقوى
التقدير الديناميكي للقوى

قد تقدر في علم الاستاتيكا كيفية تقدير القوى بالدينامية الذي يقتضى فيه ان تكون تلك القوى متزنة وسنرى ان الحركة الناتجة من هذه القوى تؤدي أيضا الى تعيين مقدارها اعني نسبتها الى الكيلوجرام في التناسب الحاصل بين القوى الثابتة وبين العجلات - نظريه - النسبة بين القوتين الثابتين الواقعتين بالتوالي على نقطة مادية واحدة كالنسبة بين العجلتين الناتجتين منها اعني اذا كان هـ ، قه قوتين ثابتين ، و ، ز العجلتين الناتجتين منها متى اثرتا على نقطة مادية واحدة على التوالي يكون

$$هـ : قه :: و : ز$$

لانه اذا كان للقوتين هـ ، قه المذكورتين مقياس مشترك قدره هـ يكون

$$هـ = ١ ، قه = ٢$$

$$قه = ٢ ، ز = ٤$$

$$\frac{هـ}{٢} = \frac{قه}{٤}$$

واذا فرض ان و هي العجلة الناتجة من القوة الثابتة هـ الواقعة على النقطة المفروضة فان العدد ٢ من القوى هـ الواقعة في آن واحد على تلك النقطة يحدث بناء على القاعدة الرابعة عجلة قدرها ٢ و حينئذ فالعجلة والناتجة من القوة هـ تكون مساوية الى ٢ و والعجلة و الناتجة من القوة قه تكون حينئذ مساوية الى ٤ و اعني يكون

$$٢ = ١ ، ٤ = ٢$$

$$\frac{٢}{٢} = \frac{١}{١}$$

$$\frac{٢}{٢} = \frac{٢}{٢}$$

وحيث ان هذه النظرية حقيقية مهما كان صغر مقدار المقياس المشترك هـ فيمكن البرهنة على صحتها ايضا اذا المكن للقوتين هـ ، قه مقياس مشترك فقول

$$\text{نفرض ان } هـ = ١ ، قه = ٢$$

وحيث انه في هذه الحالة لا تشتمل القوة قه على عدد صحيح من القوى الجزئية هـ حينئذ يكون مقدارها محصورا بين عددين صحيحين متواليين رمزها ١ ، ٢ + ١ من القوى الجزئية المذكورة وبناء عليه يكون

$$١ < قه < (١ + ٢)$$

وبالقسمه على $q = 2$ به يحدث

$$\frac{2}{q} > \frac{q}{q} > \frac{1+2}{q}$$

وحيث ان عجلة القوة 2 به تساوى 2 و عجلة القوة $(1+2)$ به تساوى $(1+2)$ و فتكون العجلة والقوة q محصورة ايضا بين العجلتين المذكورتين ويكون

$$2 > q > (1+2)$$

وبالقسمه على $q = 1$ به يحدث

$$\frac{2}{q} > \frac{q}{q} > \frac{1+2}{q}$$

ويرى من ذلك ان النسبتين $\frac{2}{q}$ و $\frac{q}{q}$ محصورتان بين النهايتين $(\frac{2}{q})$ و $\frac{1+2}{q}$ اللتين لا تفرقان عن بعضهما الا بمقدار يساوى $\frac{1}{q}$ وهذا المقدار صغير بقدر ما يزداد حيث ان q عدد لختيارى وبناء عليه تكون النسبتان $\frac{2}{q}$ و $\frac{q}{q}$ متساويتين بالضبط اعنى يكون

$$\frac{2}{q} = \frac{q}{q} \text{ وهو المطلوب}$$

ويمكن تحقيق هذه النظرية المهمة بواسطة آلة آتود بان يوقع بالتوالى ثقلان اضافيان مختلفان على ثقل كل واحد وتعين عجلة الحركة لحادثة من كل تجربة بملاحظة ان هذه العجلة تكون مساوية مسافة المسافة المقطوعة فى مدة الثانية الاولى من السقوط

ولاجل ذلك نأخذ ابتداء ثقلين كل منهما مساو الى q وثقلان آخر اضافيا q ونفرض ان العجلة المتصلة هى q و ثم نأخذ ايضا ثقلين كل منهما مساو الى q وثقلان آخر اضافيا q بحيث يكون

$$q + q = q + q$$

ونفرض ان العجلة لجديية المتصلة هى q (بملاحظة ان الثقل الكلى المستعمل فى كلتا التجربتين هو أحد الثقلين $q + q$) وحيث ان القوتين q و q حركتا على التوالى ثقلان كليا واحدا أى أنهما اثرتا على جسم واحد على التوالى فيكفى ان يتحقق من ان نسبة هاتين القوتين الى بعضهما كنسبة العجلتين لحادثتين منهما ولذلك يلزم حساب المقدار الرقى لكل من هاتين النسبتين $\frac{2}{q}$ و $\frac{q}{q}$ والتأكد من تساوى الناتجين المتصلين

نظرياً - النسبة بين القوى المؤثرة على جسم ما وبين العجلات التى تحدثها له ثابتة وللهبينة على ذلك يقال حيث أنه علم مما تقدم ان نسبة القوى الى بعضهما كنسبة العجلات فتكون

$$\frac{q}{q} = \frac{q}{q} \text{ أو يكون } \frac{q}{q} = \frac{q}{q}$$

واذا اثر على الجسم المفروض بقوة أخرى q فإنه يكون ايضا

$$\frac{q}{q} = \frac{q}{q} = \frac{q}{q}$$

ويرى من ذلك ان القوى الواقعة على جسم واحد تناسب العجلات التى تحدثها له وهو المطلوب فاذا كانت إحدى هذه القوى هى ثقل الجسم فالعجلة تكون q ويحدث

$$\frac{v}{w} = \frac{t}{h} \text{ ومنها يحدث}$$

$$v = \frac{t}{h} w$$

المجسم

تعريف - مجسم الجسم هو النسبة الثابتة بين شدة القوة المؤثرة على الجسم المذكور وبين العجلة التي تحدثها له تلك القوة وهذه النسبة الثابتة للجسم الواحد والمتغيرة من جسم الى آخر لها أهمية عظيمة في علم الميكانيك

فاذا رمزنا بحرف م لجسم الجسم فنشاء على التعريف يكون

$$m = \frac{v}{w} \text{ ومنها يحدث}$$

$$v = m w$$

أعني ان القوة تساوى حاصل ضرب مجسم الجسم المؤثرة عليه في عجلة الحركة التي تحدثها له ومتى كانت القوة المفروضة هي ثقل الجسم فإنه يكون

$$m = \frac{t}{h}$$

ولكن حيث ان ثقل الجسم مبين بالكيلوجرامات وعجلة التناقل مبينة بالامتار فلا جعل إيجاد النسبة بين هذين العددين يلزم اعتبارهما مبهمين وحينئذ فيكون للجسم عددا مبهما كذلك

تنبيهان

الاول - مجسمات الاجسام تكون مناسبة لثقالتها في المحل الواحد من سطح الأرض

$$\text{لأنه من المعادلة } m = \frac{t}{h} \text{ يحدث}$$

$$t = m h \text{ وبالمثل يكون}$$

$$t = m' h' \text{ ومنها يحدث}$$

$$\frac{t}{h} = \frac{m}{m'} \text{ وهو المطلوب}$$

ويفهم من ذلك انه يمكن تقدير مجسمات الأجسام بآثقالها وهذا ما يطابق تماما للفكر المتخذ من أجله مجسم الجسم

الثاني - مجسم الجسم لا يتغير مهما اختلفت الحالات التي يوجد فيها الجسم لأنه اذا تغير التناقل فالتقل والعجلة يتغيران تبعاله بنسبة واحدة بموجب ما تقدم وعليه فالنسبة بينما التي هي عبارة عن مجسم الجسم تكون ثابتة

وحدة المجسم - لأجل الحصول على وحدة المجسم نفرض ان $m = 1$ في المعادلة

$$m = \frac{v}{w} \dots (1) \text{ فيكون}$$

$$1 = \frac{v}{w} \text{ ومنها يحدث}$$

$$v = w$$

أعني ان وحدة الجسم هي الجسم الذي ينشأ عنه ان كل قوة تؤثر على الجسم المذكور تكون مبينة بنفس العدد الدال على الجملة التي تحدثها تلك القوة لذلك الجسم فإذا كانت القوة المؤثرة على الجسم هي ثقله فتؤول المعادلة

$$w = w \text{ الى}$$

$$T = H$$

وعلى ذلك يكون الثقل المنسوب لوحدة الجسم في محل ما مبينا بنفس العدد الدال على مقدار الجملة H في المحل المذكور

ففي القاهرة الثقل المنسوب لوحدة الجسم وزن ٧٩١٠ كيلوجرام وفي باريس وزن ٨٠٨٨ كيلوجرام وفي لندره وزن ٨٣ كيلوجرام

فاذا فرضنا في معادلة (١) ان $w = ١$ و a يكون $m = ١$ وحينئذ يمكن ان يقال ان وحدة الجسم هي جسم الجسم الذي اذا اثرت عليه قوة قدرها كيلوجرام واحد حدثت له جملة قدرها متر واحد

في الارتباطات الواقعة بين القوى والجسمات والجملات

نظرية - القوى الثابتة مناسبة كاحصل ضرب جسمات الأجسام في الجملة التي تحدثها تلك القوى للأجسام المذكورة

أو بوجه الاختصار ان القوى الثابتة مناسبة كاحصل ضرب الجسمات في الجملة لأنه اذا فرض ان $w = ١$ هما القوتان المؤثرتان على جسمين m و m' واحداثتهما a و a' فإنه بموجب ما تقدم يكون

$$\frac{w}{m} = \frac{a}{m} \text{ ، } \frac{w}{m'} = \frac{a'}{m'} \text{ أو } \frac{w}{m} = \frac{a}{m} \text{ و } \frac{w}{m'} = \frac{a'}{m'} \text{ ومنها يحدث}$$

وبواسطة هذه النسبة يمكن تقدير القوى بالحركات التي تحدثها للأجسام الواقعة عليها تلك القوى كمية التحرك - كمية التحرك التي يكتسبها جسم ما في لحظة معينة هي حاصل ضرب جسم الجسم المذكور في سرعة في اللحظة المفروضة

نظرية كمية التحرك - النسبة بين أي قوتين كالنسبة بين كمية التحرك الحادثتين منها في مدة الزمن عينها لأنه بناء على ما تقدم يكون

$$\frac{w}{m} = \frac{a}{m} \text{ و } \frac{w}{m'} = \frac{a'}{m'} \text{ وبضرب حدى نسبة الطرف الثاني في الزمن ن يحدث}$$

$$\frac{w}{m} = \frac{a}{m} \text{ و } \frac{w}{m'} = \frac{a'}{m'}$$

ولكن

ولكن حيث أن وزن، ووزن عبادة عن سرعتي المتحركين الخارجين من السكون في نهاية الزمن نر بناء على ما تقدم فيكون

$$\frac{v}{v_0} = \frac{m}{m_0} \text{ وهو المطلوب } -$$

تنبيه - اذ جعل في المعادلة السابقة $v = v_0$ يكون

$$1 = \frac{m}{m_0} \text{ ومنها يحدث}$$

$$\frac{m}{m_0} = \frac{v}{v_0}$$

أعني أن النسبة بين السرعتين الخارجتين من قوة واحدة لجسمين مختلفين الجسم كالنسبة العكسية بين جسمي الجسمين المذكورين

وبناء على هذه القاعدة يمكن إبطاء حركة المتحركين في آلة اتود كي يمكن أن ترصد بسهولة قوانين سقوط الأجسام

ولهذه القاعدة أيضا تطبيق في رفض الاسلحة النارية أي في الدفع الذي تحدثه تلك الاسلحة إلى الخلف ولبيان ذلك يقال ان انتشار الغازات الناتجة من التهاب البارود يؤثر في أن واحد على المقذوف وعلى السلاح الناري وحيث أن الجسمين مختلفان اختلافا كبيرا عن بعضهما فتكون سرعة الرجوع إلى الخلف أي الرفس صغيرة جدا بالنسبة لسرعة خروج المقذوف وعلى هذا فيلزم الاعتناء عند إطلاق

بندقية بضغطة جيدا بالكف كي يزداد الجسم المتأثر بسرعة الرجوع

دفع القوة - يسمى دفع القوة حاصل ضرب تلك القوة في زمن تأثيرها

نظرية - دفع القوة الثابتة المؤثرة على جسم خارج من السكون يكون دائما مساويا للحركة المتحركة التي يكتبها الجسم المذكور

لأنه بناء على ما تقدم يكون

$$v = m \cdot v_0 \text{ ويضرب الطرفين في } v_0 \text{ يحدث}$$

$$v \cdot v_0 = m \cdot v_0^2 \text{ وحيث أن } v_0 = v_0 \text{ فيكون}$$

$$v \cdot v_0 = m \cdot v_0^2 \text{ وهو المطلوب}$$

تنبيه - اذ جعل $v = v_0$ في معادلة $v \cdot v_0 = m \cdot v_0^2$ يكون

$$v \cdot v_0 = m \cdot v_0^2 \text{ ومنها يحدث}$$

$$v = v_0$$

ويبين من ذلك أنه لا بل ان تحرك القوة جسما ما يلزم ان تأثرها عليك مدة من الزمن ولو صغيرة جدا اذ بدون ذلك لا توجد قوة آتية وعلى هذا اذا اطلقت رصاصة على لوح من الزجاج بالقرب منه فأنها ستفقد منه بدون ان تشعر بخلاف ما اذا اطلقت الرصاصة المذكورة على اللوح المذكور من بعد

كبير فأنها تكسر وذلك لأنه في الحالة الأولى مدة تلاصق الرصاصة مع عناصر اللوح الزجاج صغيرة جداً وفي الثانية كبيرة

تطبيقات

لأجل تيسر ما ذكرناه على القصور الذاتي وتطبيقاً على القواعد السابقة سنذكر بعض تعاريف بسيطة تخص بالقصور الذاتي المعتبر قوة وبالقوى المركزية الجاذبة والطاردة التي تطبيقاتها عديدة ومهمة فنقول

قوة القصور الذاتي

من المعلوم أن القوة التي تحدث حركة نقطة مادية تتبين بالارتباط الآتي وهو

$$F = m \cdot a$$

وهذا الارتباط الذي يمكن ومنعه على الصورة الآتية وهي

$$F = -m \cdot a$$

يسمح بأن نعتبر m و F مقداراً مطلقاً للقوة مضادة للقوة F وهذه القوة الوهمية التي تتدن في كل لحظة مع القوة المحدثه لحركة النقطة المادية نسمي قوة القصور الذاتي لهذه النقطة ولأجل فهم قوة القصور الذاتي هذه نعتبر في آن واحد مع حركة النقطة المادية المذكورة الجملة المادية الناتجة عنها للقوة أو التأثير الواقع على تلك النقطة

ولنصور مثلاً جسماً مقبوضاً عليه باليد وصار تحريك اليد المذكورة بدون ترك ذلك الجسم فيرى أن هذا الجسم يؤثر على اليد المذكورة الجاذبة له بحيث أنه متى قلت حركة اليد فالجسم بناء على قاعدة القصور الذاتي يميل لاستمرار حركته فيدفع اليد إلى الأمام وإذا ازدادت حركة اليد المذكورة فإن الجسم بناء على قاعدة القصور الذاتي كذلك يميل لأن يحفظ حركته ويحدث تعديلاً لحركة اليد فرد الفعل هذا الناشئ من الجسم على اليد في كل لحظة أو الذي يقاوم مجموعة حركاتها انفتت في أحوال مثل هذه نسمي قوة رد فعل النقطة المادية المذكورة

ولنلاحظ أن قوة رد الفعل هذه هي نفس القوة التي سمينها قوة القصور الذاتي حيث أن قوة رد الفعل المذكورة مساوية ومضادة للفعل أي للقوة المحدثه للحركة التي مقدارها المطلق هو

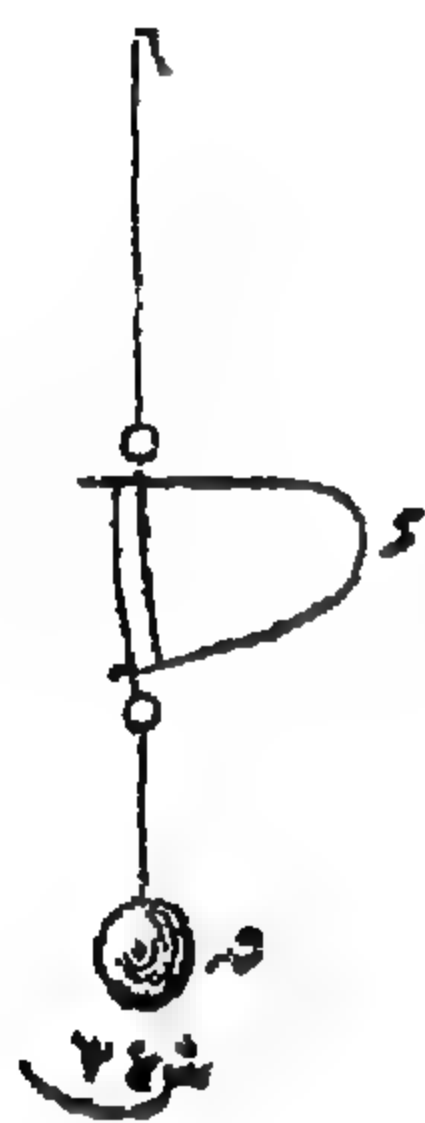
$$F = m \cdot a$$

وحينئذ يمكن أن يقال أن قوة القصور الذاتي لنقطة مادية عبارة عن رد الفعل الواقع من هذه النقطة على الجملة المادية التي تجبرها على اتباع حركة معينة

وهذه القوة التي يظهر وجودها بالنسبة للحالة التي توجد فيها ارتباطات مادية يمكن اعتبار وجودها كذلك بالنسبة للنقط التي يؤثر بعضها على بعض ولولم يشاهد أدنى واسطة بينها

وحيث أن قوة القصور الذاتي لنقطة مادية لا تؤثر على نفس النقطة المذكورة بل على الجملة المادية المرتبطة

المرتبطة بهذه النقطة التي تجبرها الآن تتبع حركة معينة فينتج من ذلك أنه متى اعتبرت النقطة المادية والقوة المؤثرة عليها فقط بدون نسبة القوة المذكورة إلى الجبهة الناشئة عنها تلك القوة فأت قوة القصور الذاتي للنقطة المادية المذكورة تكون وهمية محضاً كما سبق ذكر ذلك ويمكن مشاهدة قوة القصور الذاتي وقياسها بالدينامومتر وهناك تجربة مهمة لهذه الغاية نذكرها فنقول —

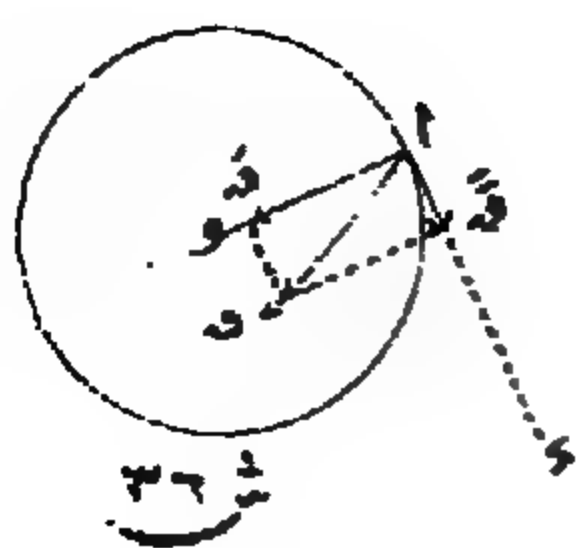


إذا علّق جسم في دينامومتر و المسوك باليد شكل ٣ فيرى أنه عند ما يكون الجسم ساكنين الدينامومتر ثقله ولكن بمجرد رفع الآلة ينشئ الزينك كثيراً كلما كان الصعود بسرعة. حينئذ يشاهد وجود قوة مضافة إلى الجسم ناشئة من نفس الجسم المذكور لأنها واقعة على الفرع الأعلى للدينامومتر وهي مساوية بالضبط للقوة الجديدة التي تحدثها اليد عند رفع المجموعة (يقطع النظر عن ثقل الدينامومتر) ولكن إذا صارت الحركة منتظمة يرى أن شعبة الدينامومتر ترجع إلى الوضع التي كانت فيه عند ما كان الجسم ساكناً ولا يوجد حينئذ قوة قصور ذاتي في الحركة المنتظمة.

وإذا كانت حركة الصعود منتظمة البهجة فزيادة الانشاء تبقى ثابتة لأنه حيث كانت القوة المحركة ثابتة فتكون قوة القصور الذاتي المساوية والمضادة لها ثابتة كذلك ويفهم من التجربة السابقة أن التشاغل يؤثر على الجسم في حالة الحركة كما يؤثر عليه في حالة السكون فإذا حركت عربة مثلاً موضوعاً على طريق أفقي أملس حركة عجيبة بسحبها بواسطة حبل فإنه يمكن التحقق مما يبرصد الحبل وأما بالدينامومتر من أن شدة الحبل المذكور في هذه الحالة أكثر منها في الحركة المنتظمة وزيادة الشدة هذه يقدر بها قوة القصور الذاتي للعربة وتلك القوة ناشئة من العربة المذكورة ولكنها مؤثرة بواسطة الحبل السابق ذكره على المحرك الذي يجذب تلك العربة في القوة الطاردة المركزية.

الحركة الدائرية — القوة الجاذبة المركزية — إذا فرضت نقطة مادية ١ متحركة بانتظام على محيط دائرة مركزه ٢. يقال أنه إذا كانت هذه النقطة ليست متأثرة إلا بالسرعة الابتدائية فقط فإنها تتحرك على خط مستقيم في اتجاه الجزء المستقيم ٢ أعني في اتجاه المماس ١ء بموجب ما تقدّم ولكن حيث أن المحرك يتحرك على محيط الدائرة المذكورة فينتج أن يكون متأثراً بقوة حيث كانت الحركة منتظمة فيلزم أن تكون هذه القوة متجهة نحو المركز لأنه إذا فرض أن تلك القوة متجهة في اتجاه حيثما اتفق مثل ١ء شكل ٣ فيمكن تحليلها إلى قوتين أحدهما ٢ عمودية على اتجاه المحرك ولا يمكن أن تغير سرعته والأخرى ٣ على اتجاه المماس في نقطة ١ء وهذه





القوة تغير سرعة المتحرك وعلى هذا فلا تكون الحركة منتظمة وحينئذ
فلجسم الذي يسير بانتظام على محيط دائرة يكون متأثرا بقوة موجهة
دائما نحو المركز

وهذه القوة تسمى بالقوة الجاذبة المركزية نسبة لاتجاهها

القوة الطاردة المركزية - كما ان الفعل له رد فعل مساو ومضاد له كذلك القوة الجاذبة المركزية التي
تجعل المتحرك يتحرك على محيط الدائرة بانتظام لها رد فعل في جهة مضادة ومؤثر على الجبهة الناشئ عنها القوة
الجاذبة المركزية وليس هو الاحالة خصوصية من قوة القصور الذاتي
وعلى هذا فتكون القوة الطاردة المركزية عبادة عن رد الفعل لحادث من الجسم على الجبهة المادية التي تجبره
لان يسير على محيط دائرة بحركة منتظمة

وحيث ان القوة الطاردة المركزية ناشئة عن القوة الجاذبة المركزية فتكون هاتان القوتان متوازيتين
اعني انه بمجرد انقطاع تأثير القوة الجاذبة المركزية ينقطع في الحال تأثير القوة الطاردة المركزية ولكن
يجب ملاحظة ان هاتين القوتين لا يقيمان قط مباشرة على نفس النقطة المادية
ولربما يتوهم انه يعجز عن لفظة طاردة مركزية ان القوة الطاردة المركزية تبعد المتحرك عن المركز فهذا
خطأ محض حيث ان القوة المذكورة ليست واقعة على المتحرك مباشرة

ففي المصانع مثلاً الحذب الواقع من اليد على الحجر لأجل حفظه على محيط دائرة هو القوة الجاذبة المركزية
وهي واقعة على الحجر المذكور بواسطة الحبل ولكن في هذه الحالة تكون اليد مجذوبة في آن واحد
بالقوة الطاردة المركزية الناشئة عن ذلك الحجر وواقعة على اليد بواسطة الحبل وهاتان القوتان
تحد ثان أيضاً للحبل شداً ويمكنهما قطعه حينئذ اذا انقطع الحبل بتأثير الشد المذكور أو صار قطعه
فان تأثير القوة الجاذبة المركزية ينعدم وتتعدى في الحال القوة الطاردة المركزية ويبقى الحجر متأثراً
بسرعة المكتسبة وينقذف حينئذ على اتجاه المماس لمحيط الدائرة الدائر عليه

تدنيه - اذا سار المتحرك على منحنى خلاف قوس الدائرة فالنتائج التي تحصل تكون مشابهة لما تقدم
اعني ان القوتين الجاذبة المركزية والطاردة المركزية تكونان دائماً عموديتين على المنحنى المقطوع
واذا كانت القوة التي تؤثر على المتحرك ليست موجهة في اتجاه العمودى للمنحنى فتتخلل كما تقدم الى قوتين
احدها عمودية على المنحنى وهي القوة الجاذبة المركزية والاخرى مماسة وهي التي تغير سرعة المتحرك
وتكون حينئذ حركته متغيرة وهذا حاصل في الكواكب حيث انها تسير على قطاعات ناقصية بتأثير قوة
تمر دائماً بأحدى البورتين

تقدير القوة الطاردة المركزية - لأجل الحصول على مقدار القوة الطاردة المركزية نبحث عن مقدار
القوة الجاذبة المركزية المساوية لها فنقول

اذا فرض ان المتحرك ا سائر بانتظام على محيط دائرة مركزه و شكل ٣٧ بسرعة قدرها ع وانقطع
القوس

القوس ab في مدة زمنية صغيرة جدا Δt فإنه يكون

$$\text{قوس } ab = \Delta t \cdot \omega$$

ولكن حيث أن المسافة ab يمكن اعتبارها محصلة مسافتين مركبتين متجهة أحدهما
 ١ على اتجاه المماس والأخرى Δr على اتجاه نصف القطر فالمسافة Δr تكون
 ناشئة عن القوة المركزية لجاذبة ولأجل معرفة مقدار المسافة المذكورة يقال
 إنه من المثلث $ab\omega$ القائم الزاوية يحدث

$$\frac{\Delta r}{\Delta t} = \omega$$

وفي هذه المعادلة ω رمز لنصف قطر محيط الدائرة المفروضة وحيث أن القوس ab صغير جدا
 فيمكن اعتبار طول القوس المذكور مساويا لوتره وحينئذ نضع في المعادلة المذكورة Δr عوضا عن

ab فتؤول إلى

$$\Delta r = \omega \cdot \Delta t$$

ونفهم من ذلك أن المسافة Δr قطعت بمركة منتظمة العجلة مقدار عجلتها $\frac{\Delta \omega}{\Delta t}$ فإذا رمزنا لهذه العجلة
 بحرف ω ويكون

$$\omega = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

وإذا رمزنا بحرف ω لشدة القوة الجاذبة المركزية وبحرف m لجسم المتحرك يكون

$$\omega = m \cdot \omega$$

$$\omega = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

أعني أن شدة القوة الطاردة المركزية مناسبة طرد الجسم المتحرك وللمربع السرعة وعكس النصف
 القطر

تنبهات

الأول - من القانون $\omega = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$ يتضح أن القوة الطاردة المركزية تنعدم إذا كان $\omega = 0$ أو

$\omega = \infty$ أعني إذا كان الجسم ساكنا أو كان متحركا على خط مستقيم

الثاني - حيث أنه يبين عادة مقدار القوة الطاردة المركزية بدلالة السرعة الزاوية للمتحرك فإذا

رمزنا للسرعة الزاوية المذكورة بحرف ω يكون

$$\omega = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \quad \text{ومن هنا يحدث}$$

$$\omega = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

فإذا وضع في القانون السابق عوضا عن ω مقدارها يحدث

$$\omega = m \cdot \omega$$

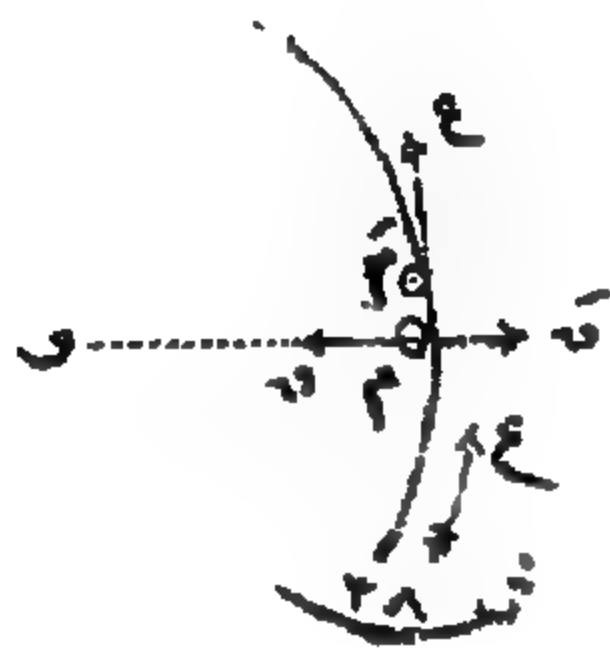
الثالث - حيث أنه يمكن أيضا بيان مقدار القوة الطاردة المركزية بدلالة عدد الدورات التي يصنعها

المترك في الثانية الواحدة فاذا رمزنا له بحرف ϕ يكون

$$e = \phi \text{ طوله } \phi \text{ وعليه يكون}$$

$$e = \phi \text{ طوله } \phi$$

تطبيقات - يتتبع بالقوة الطاردة المركزية في صروح آلات الغزيلة وفي الطلمبات الدورانية وخلافها
ففي الآلات التي تسمى بالمجففات يتتبع أيضا بالقوة الطاردة المركزية لمجفيف الأجسام المبلة وذلك
بأن توضع تلك الأجسام في اسطوانات جدرانها مثقوبة ثقوباً كثيرة جداً ثم يترك تلك الاسطوانات
حركة دورانية سريعة جداً بحيث تقل تلك الحركة الى ١٥٠٠ دورة في الدقيقة الواحدة وحينئذ إذا فرض
عنصر ما في مثل م شكل ٣٨ موجود على السطح الداخلي للاسطوانة فإنه



بسبب ان السطح المذكور يجبر ذلك العنصر على ان يتحرك حركة مستديرة
فيحدد التأثير أو القوة الجاذبة ϕ الواقعة على العنصر السالف ذكره
وهذا العنصر يؤثر على ذلك السطح برافعة مساوية الى ϕ هو القوة
الطاردة المركزية

ففي وجد أحد العناصر أمام أحد الثقوب في الوضع م فإن كلتا
القوتين تنعدم والعنصر المذكور المشترك في السرعة e مع الاسطوانة أثناء الدوران يتقذف
الى الخارج على اتجاه المماس

ونمثل ذلك يحصل بالنسبة للعناصر المائية الموجودة داخل الجسم المبطل حيث ان الثقوب فيه هي الماسم
وحينئذ فالماء ياف منه بالتدريج الى الجدران ومنه يتقذف الى الخارج
وقد تستعمل في فابريكات السكر آلات مشابهة للمجففات تسمى توربينات لأجل تخليص السكر الخام من
العسل الاسود الملوث له

والسبب في ميل العربات السائرة بسرعة على قضبان انصاف اقطارها صغيرة الى الانقلاب هو تأثير
مشابه لما تقدر ولذا فإنه في السكك الحديد لا يسمح على وجه العموم الا بالمخفيات التي اضاف اقطارها
تجاوز ٢٠٠ متر وزيادة على ذلك فإنه يصدر تعلية القضيب الخارج عن الداخل بمقدار يكون
كبيرا كلما كان نصف القطر صغيرا والسرعة كبيرة

ولا يخفى ان السبب في حفظ الكواكب على مداراتها هو القوة الجاذبة المركزية وتعتبر انها ناشئة من
جذب الشمس للكواكب وان القوة الطاردة المركزية المساوية لها ناشئة من الكوكب لكنها واقعة
على الشمس وتعتبر الجذب الواقع من الكوكب على الشمس

وقد ينسب الى القوة الطاردة المركزية التقص الحاصل لتقل الأجسام على سطح الأرض بمجرد
قربها من خط الاستواء وينسب اليها أيضا الاستفاخ الحاصل للكرة الأرضية في خط الاستواء
ويجب التمييز بكل اعتناء بين التأثيرات المنسوبة للقوة الطاردة المركزية وبين الحركات المنسوبة للقصور
الذاتي

الذائق ففي المقام السابق ذكره مثله اشتداد الحمل ناشئ عن القوتين الطاردة المركزية والجاذبة المركزية لكن متى خرج الحجر فأن القوتين المذكورتين تنعدمان في آن واحد والحجر المذكور ينقذف في الفراغ على اتجاه المماس بناء على سرعته المكتسبة أثناء الدوران وبمثل ذلك فإن الوحل الملتصق في عجل العربات ينقذف على اتجاه المماس ويسقط على الأرض بعد أن يرسم قطعاً مكافئاً بناء على ما تقدم

شغل القوى

في تعريف وتقدير الشغل

التأثير المفيد الناشئ من جهد عامل ما أعني شغله حسب المتعارف لا يقدر فقط بالجهد بل أيضاً بالطريق الذي حصل على طوله الجهد المذكور فحينئذ الرجل الذي يرفع ثقلاً قدره خمسون كيلوجراماً لارتفاع متر واحد يحدث شغله ضعف الشغل الناتج من رفع خمسة وعشرين كيلوجراماً إلى الارتفاع المذكور وبالمثل الصانع الذي يرفع خمسين كيلوجراماً إلى ارتفاع مترين يحدث شغله ضعف شغل من يرفع خمسين كيلوجراماً إلى ارتفاع متر واحد ولكن إذا تغير كل من الثقل و الارتفاع هـ بنسبة عكسية بحيث أن حاصل ضربهما يبقى ثابتاً فالشغل يصرف دائماً جهداً واحداً وحينئذ فلحاصل هـ يمكن أن يستعمل لتقدير شغله وبهذه الطريقة قد توصل إلى التعريف الرياضي لشغل القوى

شغل قوة ثابتة

شغل قوة ثابتة نقطة تأثيرها تتحرك على اتجاه القوة - تعريف - شغل قوة ثابتة نقطة تأثيرها تتحرك على اتجاه القوة هو حاصل ضرب شدة تلك القوة في طول المسافة المقطوعة وقد يراد عادة لشغل القوة هـ بالرمز ش هـ وحينئذ إذا رمز بحرف هـ للمسافة ١٤ شكل ٣٩ المقطوعة بنقطة تأثير القوة هـ فبناء على التعريف المتقدّر يكون

$$\frac{1}{39} \text{ ش هـ}$$

$$\text{ش هـ} = \text{هـ} \times \text{هـ}$$

وحدة الشغل - الكيلوجرام متر - الحصان البخاري - قد يقارن بشغل التناقل شغل جميع القوى الأخرى والوحدة المختارة هي الكيلوجرام متر وهو عبارة عن الشغل اللازم لرفع ثقل قدره كيلوجرام واحد إلى ارتفاع متر واحد وهو لا يتعلق بالزمن حيث أن الشغل الناتج لا يتغير مهما كان الزمن المستعمل لذلك ولكن في الآلات نظر الكونزها تمتاز عن بعضها بالشغل الذي تحدثه في زمن معين فقد اتخذ لها وحدة أخرى مرتبطة بالزمن هي الحصان البخاري وهو عبارة عن الشغل الذي قدره ٧٥ كيلوجرام متر حاصل في ثانية واحدة

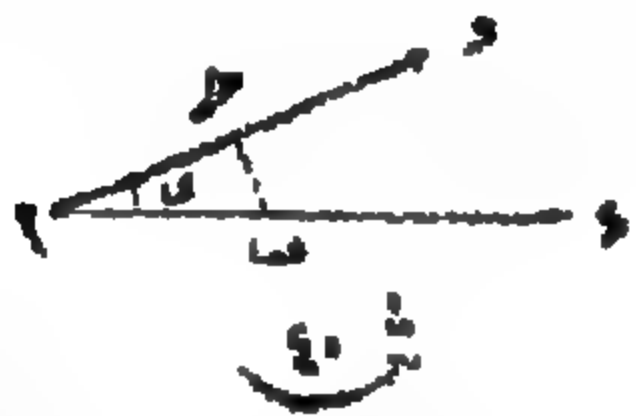
وهذا الشغل أكثر من شغل الحصان المعتاد حيث أنه يظهر من التجربة أن بشغل الحصان المعتاد ثمان

ساعة في اليوم الواحد يحدث شغلا قدره ٤١ كيلوجرام متر في الثانية أو ١١٨٠٨٠٠ كيلوجرام متر في اليوم ولكن شغل ٧٥ كيلوجرام متر

في الثانية الواحدة ينشأ عنه مدة ٢٤ ساعة شغل قدره ٦٤٨٠٠٠٠ كيلوجرام متر حينئذ الآلة التي قوتها حصان بخاري واحد يمكنها ان تؤدي شغلا أكثر من شغل خمسة خيول معتاده تتناوب مع بعضها في العمل بحيث ان كلا منها يشتغل ثمان ساعات كل اربعة وعشرين ساعة

الشغل المحرك - الشغل المقاوم - الشغل المحرك هو الشغل الناتج من قوة مؤثرة في جهة الحركة وهذه القوة يقال لها قوة محركة او قوة فقط والشغل المقاوم هو الشغل الناتج من قوة مؤثرة في جهة معضادة لحركة المتحرك وهذه القوة تسمى بالمقاومة فمثلا اذا رفع جسم فالشغل الناتج هو شغل يحركه والشغل الذي يحدثه الشاغل على الجسم المذكور هو شغل مقاوم

شغل قوة ثابتة نقطة تأثيرها تتحرك على خط مستقيم في اتجاه مغاير لاتجاه القوة المذكورة - تعريف - يسمى شغل قوة ثابتة نقطة تأثيرها تتحرك على خط مستقيم في اتجاه مغاير لاتجاه القوة المذكورة حاصل ضرب تلك القوة في المسافة المقطوعة فيجب تمام الزاوية الواقعة بين اتجاه القوة والمسافة المقطوعة



فاذا فرض ان θ قوة ثابتة مقدارها واتجاهها مؤثرة في نقطة θ التي تتحرك على اتجاه او الصانع مع اتجاه القوة المذكورة θ زاوية قدرها ϕ شكله وفرض ان $\theta = \phi$ هي المسافة المقطوعة فبناء على التعريف المتقدم يكون

$$\text{ش} = \theta = \phi \text{ حى } (١) \dots \dots$$

تنبيهان

الأول - هذا القانون يمكن كتابته والمنطوق به بطريقتين مختلفتين وهما

$$\text{ش} = \theta = \phi \text{ حى } (٢) \dots \dots$$

أعني ان الشغل يساوى حاصل ضرب المسافة في مسقط المسافة على اتجاه القوة

$$\text{ش} = \theta = \phi \text{ حى } (٣) \dots \dots$$

أعني ان الشغل يساوى حاصل ضرب المسافة في مسقط القوة على اتجاه المسافة

الثاني - التعريف الثاني للشغل لم يكن الانتميا للتعريف الأول ولبيان ذلك يقال

أولا ان التعريف الثاني محتوي على الأول لأنه اذا كانت $\phi = \theta$ يكون حى $\theta = \phi$ ويؤلف قانون

$$\text{ش} = \theta = \phi$$

ثانيا يمكن حصر التعريفين السابقين في منطوق واحد لأنه يكفي ان يعتبر في قانون (٢) ان مسقط

المسافة على اتجاه القوة أعني ϕ عبارة عن المسافة مقدرة على اتجاه القوة وحينئذ فيكون

شغل قوة ثابتة بالنسبة لانتقال مستقيم حيثما اتفق يساوى حاصل ضرب القوة في المسافة مقدرة

على اتجاه القوة

ثالثا يمكن استنتاج التعريف الثاني من الأول باعتبار أن مستجبة من فكرة تأثير القوى وذلك لأن القوة المائلة قد يمكن تحليلها إلى قوتين أحدهما قد شكلت عمودية على



المسافة المقطوعة اب وتلك القوة لا تحدث ادى تأثير على انتقال نقطة ١
وحيث أنه فلا ينشأ عنها شغل والآخرى قد موجهة في اتجاه اب وهي التي
ينسب لها الشغل المفروض فقط وحيث يكون
ش = ش = ش

وبناء على التعريف الأول يكون

$$ش = ش = ش \times اب = ش \times حاي \times هـ$$

وهو عين قانون (٣) السابق

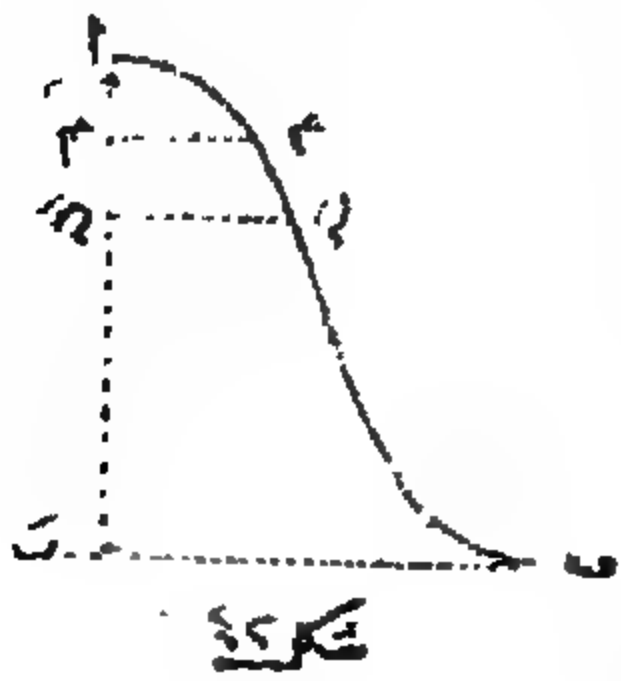
مناقشة القانون ش = ش = ش حاي - إذا كان حاي موجباً فالشغل موجب أيضاً ويكون هو الشغل المحرك وإذا كان حاي سالباً فالشغل سالب أيضاً ويكون هو الشغل المقاوم وحيث أن حاصل ضرب ش حاي ينعدم إذا كان أحدهما صافياً مساوياً للصفر فلا يتأق ذلك حيث أنه في ثلاث حالات

الأولى - متى كانت ش = ٠. أعني أنه إذا لم توجد قوة فلا يوجد شغل كالجسم المتحرك بسرعة المكتبة مثل كرة تتدحرج على مستو أفقى بسرعة ثابتة

الثانية - متى كانت ش = ٠. أعني أن الجسم لم ينتقل من محله ككثلة من الماء محصورة في حوض منقذه مغلق

الثالثة - متى كان حاي = ٠. أعني متى كان ش = ٠ أى أن اتجاه القوة عمودى على اتجاه المسافة المقطوعة كالهواء الذى يؤثر بالتعامد على الطريق الذى تتبعه عربة من عربات السكة الحديد

شغل الثقالة على نقطة مادية - من بعد ملاحظة أن الثقالة ثابت متى كانت المسافة التى يقطعها الجسم الساقط صغية بالنسبة لنصف قطر الكرة الأرضية إذا فرضت نقطة مادية ثقيلة أعني جسم آلى إلى مركز ثقله فإنه مهما كانت المسافة المقطوعة يكون شغل الثقالة مساوياً لحاصل ضرب ثقل الجسم المذكور في الانتقال الرأسى لمركز ثقله




لأنه إذا فرض جزء صغير جداً م من المنحنى اب شكلت بحيث يمكن اعتباره خطاً مستقيماً فإن مقدار الشغل الحاصل عند ما يقطع مركز ثقل الجسم المذكور الجزء الصغير م السابق ذكره بناء على ما تقدم يكون

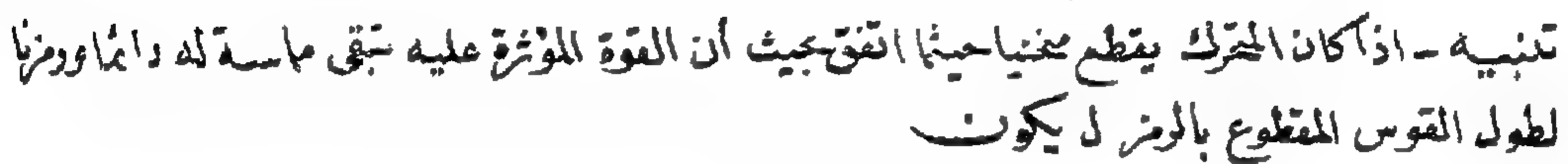
$$ش = ش \times م$$

الذى فيه ش رمز لثقل الجسم م م مسقط المسافة م على اتجاه القوة. التى هى رأسية

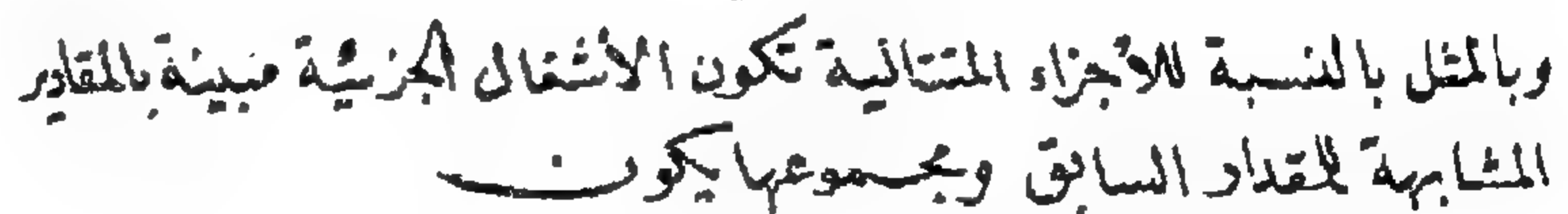
شغل قوة ثابتة الشدة مؤثرة بالتماس على محيط دائرة عجلة - اذا فرض أن قوس ab شكل ٤٣ صفيه
جدا بحيث يتحد مع التماس ad فان شغل القوة de عند ما يقطع المركز
المسافة الجزئية المذكورة يكون $de \times ab$ حيث أن المسافة مقطوعة
على اتجاه القوة ويمثل ذلك يحدث بالنسبة لكل من الاشغال الجزئية.
وحينئذ يكون الشغل الكلي لدورة كاملة مساويا لحاصل ضرب القوة de
في مجموع الأجزاء المستقيمة أي في طول محيط الدائرة و المقطوع أعني أن



شكل ٤٤

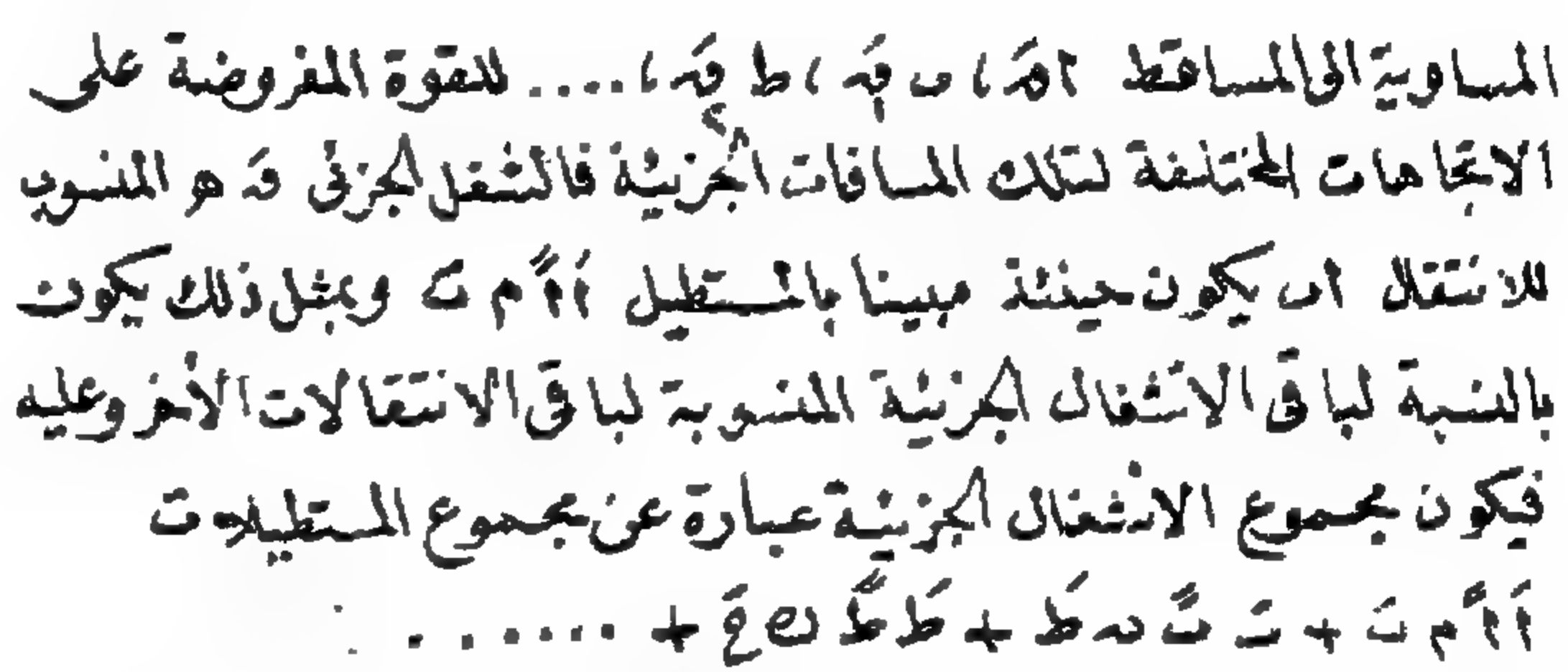
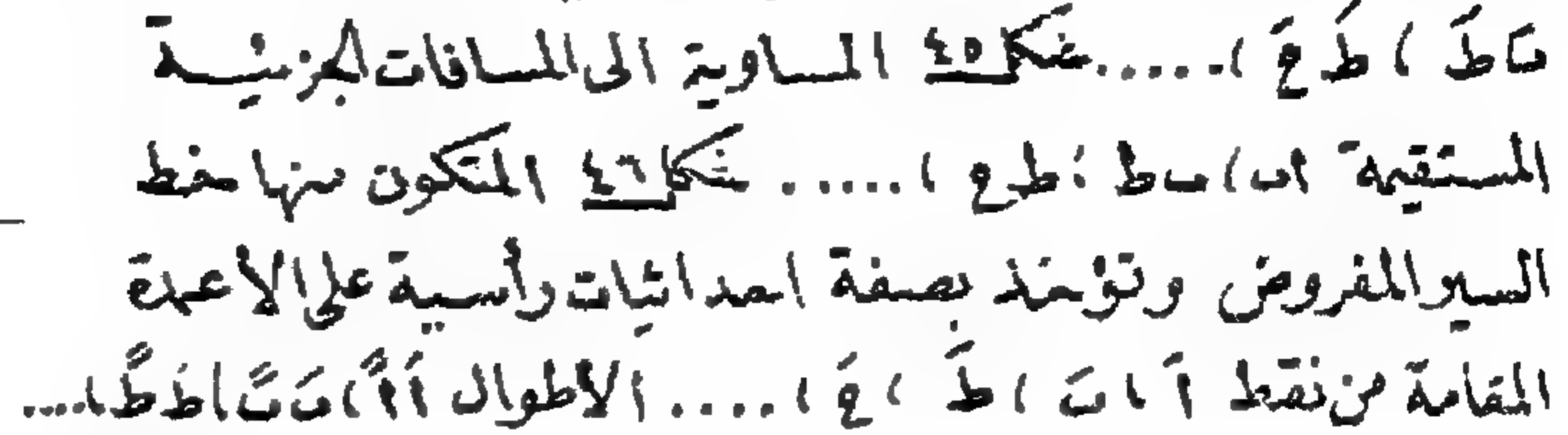


شغل جزئي - شغل كلي - اذا فرضت قوة متغيرة P مؤثرة على نقطة مادية تتحرك على خط سير معين اتفق
 معه شكله وفرض ان او المسافة المقطوعة s فانه يمكن اعتبار القوة المتغيرة
 P ثابتة مقدارا واتجاهها اثناء قطع نقطة تأثيرها الجزء الصغير ds
 المعتبر من خط مستقيم طوله h مساو لطول وتره h وحينئذ اذا مر بالوتر
 P للسطح ds للقوة P على اتجاه الوتر ds فان مقدار الشغل الجزئي
 لهذه القوة بناء على ما تقدم يكون



وحينئذ فالشغل الكلي للقوة يكون هو النهاية التي يعبر إليها مجموع الاستغاث الجزئية المذكورة حينما تميل المسافات الجزئية h, h', h'', \dots نحو الصفر.

الملازمة



ويتوصل أحيانا للتحين مقدار مساحة شكل $أأ' و و'$ المذكور بقطعه من الورق ووزنه ثم وزن سطح

معلوم من الورق عينه وتعيين النسبة بين الوزنين المذكورين التي بواسطتها يمكن تعيين مساحة ذلك الشكل وهذه الطريقة سريعة جدا وانما تقتضى أن يكون الورق متجانساً جيداً والتقريب الناتج من هذه الطريقة الرسمية يكون عتياً كلما كان انفراد خط السير محملاً جيداً والنقط للتوسط عديدة والمختى مرسوماً بكل اعتناء وبواسطة الآلة المسماة دليل المعلم وآت يمكن رسم المخطيات المشابهة للمختى الذى تكلمنا عليه مباشرة من نفسها وتلك المخطيات تستعمل لتقدير شغل البخار فى أسطوانات البخار وتسمى بالمخطوط البيانية الجهد المتوسط - الجهد المتوسط لقوة متغيرة هو شدة القوة الثابتة التى تحدث على الطريق عينه نفس الشغل الذى أحدثته القوة المتغيرة المفروضة فاذا رمزنا بالرمز Q لشغل القوة المتغيرة وبالرمز h للمسافة المقطوعة وبالرمز Q للقوة المتوسطة فبنا على التعريف المتقدم يكون

$$Q = Q \cdot h \quad \text{ومنه يحدث}$$

$$Q = \frac{Q}{h}$$

شغل محصلة جملة قوى - نظرية - الشغل الجزئى لمحصلة جملة قوى يساوى المجموع الجبرى للأشغال الجزئية للمركبات

لأنه اذا كانت القوى Q_1, Q_2, Q_3, \dots ومحصلاتها H_1, H_2, H_3, \dots واستطنا هذه القوى ومحصلاتها على اتجاه الانتقال الجزئى أى على اتجاه جزء المسافة المقطوع ولا حظنا بناء على كثير اضلاع القوى ان مسقط المحصلة على محور ما يساوى المجموع الجبرى لمساقط المركبات ورمزنا بالرمز H Q_1, Q_2, Q_3, \dots لمساقط القوى H_1, H_2, H_3, \dots على اتجاه جزء المسافة المذكور يكون

$$H = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots$$

وبضرب طرفى هذه المعادلة فى جزء المسافة h يحدث

$$H \cdot h = Q_1 \cdot h + Q_2 \cdot h + Q_3 \cdot h + \dots \quad \text{أعنى ان}$$

$$H \cdot h = Q_1 \cdot h + Q_2 \cdot h + Q_3 \cdot h + \dots \quad \text{وهو المطلوب}$$

نتيجة - الشغل الكلى لمحصلة يساوى المجموع الجبرى للأشغال الكلية للمركبات

لأنه يمكن ان نقسم الزمن المفروض الى جملة مسافات زمنية صغيرة صغراً كافياً بحيث فى كل منها يمكن اعتبار الاستقلالات مستقيمة والقوى ثابتة ثم نضع فى كل من تلك الاوقات الجزئية المذكورة شغل المحصلة يساوى المجموع الجبرى لأشغال المركبات وتجمع للتساوى والتأثير من ذلك فيحدث ان الشغل الكلى للمحصلة يساوى المجموع الجبرى لجميع الأشغال الجزئية للقوى المذكورة أعنى يساوى المجموع الجبرى لأشغال الكلى للمركبات فى القدرة الحية

القدرة الحية لنقطة مادية هى حاصل ضرب نصف حجم تلك النقطة فى مربع سرعتها أعنى اذا رمز لجسم النقطة المادية بالرمز V وسرعتها فى نهاية الزمن t بالرمز v يكون $\frac{1}{2} V v^2$ هو القدرة الحية للنقطة المادية المفروضة بالنسبة

بالنسبة للسرعة v واما حاصل ضرب الجسم في مربع السرعة فيسمى بالقوة الحية ولا تدخل القوة الحية في بعض النظريات الاندراجاً
في تقدير الشغل بواسطة القدرة الحية.

للمهنة على ان شغل القوى يمكن تقديره بواسطة القدرة الحية توجد ثلاث حالات
الحالة الأولى - اذا كانت قوة ثابتة ومؤثرة على نقطة مادية

نظرية القدرة الحية - شغل قوة ثابتة واقعة على نقطة مادية يساوي تغير القدرة الحية لأنه اذا فرض
ان v هي القوة الثابتة المؤثرة على نقطة مادية في اتجاه المسافة المقطوعة فانها تحدث لها حركة منتظمة للجملة
بناء على ما تقدم وحينئذ اذا رمز بالرمز v للسرعة الابتدائية وبالرمز v' للجملة وبالرمز s للمسافة
المقطوعة في مدة الزمن t فيوجب ما تقدم يكون

$$ش = v = v' \cdot t \quad \text{وحيث ان}$$

$$v = \frac{s}{t} \quad \text{و}$$

$$ش = v \cdot t = \frac{s}{t} \cdot t = s \quad \text{فيكون}$$

$$ش = v \cdot t = \frac{s}{t} \cdot t = s \quad \text{فيكون}$$

$$ع = v \cdot t \quad \text{فيكون}$$

$$و = ع - ع$$

وحيث أن

واذا وضع في معادلة (١) عوضاً عن $و$ مقداره يحدث

$$ش = v \cdot t = \frac{s}{t} \cdot t = s \quad \text{أو}$$

$$ش = v \cdot t = \frac{s}{t} \cdot t = s$$

أعني ان شغل القوة المذكورة يساوي القدرة الحية النهائية مطروحة منها القدرة الحية الابتدائية
واذا لم تكن القوة المفروضة موجهة في اتجاه المسافة المقطوعة فتحصل النتيجة عينها حيث انه يمكن تحليل
تلك القوة الى قوتين احدهما عمودية على المسافة المقطوعة ولا تحدث للنقطة المادية المذكورة اذ في شغل
بموجب ما تقدم والاخرى في اتجاه تلك المسافة المقطوعة ويكون شغلها عين شغل القوة المفروضة كما تقدم
أيضاً

الحالة الثانية - اذا كانت جملة قوى حيثما اتفق مؤثرة على نقطة مادية

نظرية - الشغل المتحصل من جملة قوى واقعة على نقطة مادية يساوي تغير القدرة الحية

لأنه حيث كان شغل المحصلة يساوي المجموع الجبري لشغل المركبات بموجب ما تقدم فيمكن أن لا نعتبر سوى
شغل تلك المحصلة وحينئذ اذا فرض ان خط السير منقسم الى جملة اجزاء صغيرة صفراً كما في البحث
يمكن اعتبار كل منها مستقيماً وان في مدة قطع كل منها تعتبر المحصلة المذكورة ثابتة الشدة والاتجاه وفرضنا
ان m هو جسم المتحرك وان v هي سرعته الابتدائية ورمزنا بالرموز v_1, v_2, v_3, \dots لسرعات المتحرك
المذكور في نهاية كل من الجزء الأول والثاني والثالث، ... والاخير يكون الشغل المتحصل حينئذ تقطع النقطة

المادية المذكورة الجزء الأول مساويا الى

$$\begin{array}{l} \frac{1}{2} م ع - \frac{1}{2} م ع \\ \frac{1}{2} م ع - \frac{1}{2} م ع \\ \frac{1}{2} م ع - \frac{1}{2} م ع \\ \dots \dots \dots \\ \frac{1}{2} م ع - \frac{1}{2} م ع \end{array}$$

وحينا تقطع الجزء الثاني مساويا الى

وحينا تقطع الجزء الثالث مساويا الى

.....

وحينا تقطع الجزء الأخير مساويا الى

$$\frac{1}{2} م ع - \frac{1}{2} م ع$$

ويجمع هذه الاشغال الجزئية الى بعضها والاختصار يحدث

$$\text{الشغل الكلى} = \frac{1}{2} م ع - \frac{1}{2} م ع$$

أعني ان الشغل الكلى للمحصلة يساوى القدرة لحية النهائية مطروحا منها القدرة الحية الابتدائية
الحالة الثالثة وهى الحالة العمومية - اذا كان جملة قوى حيثما اتفق واقعة على جملة فقط مادية مرتبطة
مع بعضها

اذا اعتبرت في هذه الحالة جملة حيثما اتفق من النقط المادية متحركة بتأثير عدد حيثما اتفق من القوى
فانه بمراعاة جميع القوى الداخلة والخارجة الواقعة على كل من تلك النقط يمكن اعتبار كل منها مطلقا
والقوى الداخلة هي القوى التى تعوض الارتباطات التى تجبر نقط الجملة المادية على التحرك بشروط معينة
كبقائها مثلا على ابعاد ثابتة من بعضها أو تحركها على خطوط أو سطوح ثابتة وهكذا
نظريا - المجموع الجبرى لاشغال جميع القوى الواقعة على جملة حيثما اتفق من النقط المادية يساوى المجموع
الجبرى لتغيرات القدر الحية لنقط الجملة المذكورة
لأنه بالنسبة لكل نقطة من فقط الجملة المادية يكون شغل محصلة جميع القوى الواقعة على تلك النقطة
مساويا الى

$$\frac{1}{2} م ع - \frac{1}{2} م ع$$

ولأجل الحصول على مقدار الشغل الكلى يلزم ايجاد حاصل جمع الاشغال الجزئية لكن حيث ان هذا
الحاصل يتركب من جملة حدود مشابهة كل منها الى $\frac{1}{2} م ع$ التى يمكن بيان مجموعها بالمقدار $\frac{1}{2} م ع$
ومن جملة حدود آخر مشابهة كل منها الى $\frac{1}{2} م ع$ التى يمكن بيان مجموعها بالمقدار $\frac{1}{2} م ع$
فحينئذ اذا رُمز لمجموع اشغال جميع القوى الواقعة على الجملة المادية بالرمز $ش$ فـ
 $ش = \frac{1}{2} م ع - \frac{1}{2} م ع$

وهو المطلوب اثباته

تنبيه - من المهم جدا معرفة انه بواسطة معادلة القدرة يمكن الحصول على شغل اى قوة بدون
معرفة شدتها واتجاهها وزمن تأثيرها على المتحرك وانما يكفي فقط معرفة مجسم ذلك المتحرك ومقدار
تغير سرعته الناشئ عن تلك القوة

وسنذكر

وسنذكر فيما بعد جملة تطبيقات مهمة جدا على قاعدة القدر الحية لأجل فهم منية استعمالها

تمريبات

(١) النسبة بين عزم القوة والشغل الجزئي لها - المطلوب البرهنة على ان النسبة بين الشغل الجزئي لقوة ثابتة واقعة على نقطة مادية وبين عزمها بالنسبة لنقطة ما كالنسبة بين جزء المسافة وبين بعد ذلك الجزء عن مركز العزم

(٢) الكبش المستعمل في آلة دق الخوازيق - المطلوب تعيين مقاومة الأرض من بعد معلومية ثقل الكبش لارتفاع سقوطه هـ ومقدار النكية الصغيرة التي يقطعها الخازوق ٢ في النزول من تأثير سقوط الكبش المذكور على قنطرة شكل ٤٨



(٣) عدة تدور بالخيول - اذا ربطت في عدة دوائر اربعة خيول بحيث ان كلا منها ٤٨ متر وان يحدث شدا قدره ٣٠ كيلوجرام وان نصف قطر المدار يساوي ٣ متر وان الخيول تدور خمسة دورات في كل ٣ دقائق فما يكون مقدار شغل الخيول المذكورة في مدة ٨ ساعات وما يكون مقدار قوة الآلة التي تحدث نفس الشغل المتقدم بالخيول البخارية

(٤) الشغل الناتج من سقوط المياه - اذا كان يجري ماء تصرفه ٥٠ متر مكعب في كل ٤٤ ساعة وللارتفاع به جعل فيه سد ارتفاعه ٤ متر فما يكون مقدار الشغل الناتج من سقوط المياه من فوق رأس السد المذكور بالخيول البخارية

(٥) شغل البخار - اذا كانت آلة بخارية غير انتشافية ومساحة قطاع مكبسها ٣ وطول الرجة فيها ١ و ضغط البخار فيها ٣ فما يكون مقدار شغل الآلة المذكورة في كل ضعف رجه وما يكون شغل تلك الآلة أيضا بالخيول البخارية اذا كان عدد ضعف رجات المكبس في الدقيقة الواحد هو ١٠

(٦) الشغل الناتج من انتشار غاز ما - اذا كان غاز ضغطه ١٠ جوات داخل في أسطوانة الى أن يقطع المكبس مسافة قدرها ١ من مجراه ثم غلق بعد ذلك منفذ دخول الغاز المذكور وصار المكبس متحركا بقوة انتشار ذلك الغاز فما يكون مقدار الشغل المتحصل من الانتشار بفرض عدم تغير درجة الحرارة وما يكون مقدار تأثير الضغط المقاوم

(٧) ما مقدار السبك اللازم اعطاؤه للوح من الخشب حتى لا يتشبب بتأثير مقذوف ثقله ٥ وسرعته ٤٠ ع من بعد ملاحظة ان المقاومة المتوسطة للخشب هي ٤

(٨) ما مقدار الشغل المتحصل من بارود داخل ماسورة بندقية من بعد معلومية ان الرصاصة التي نفلها ٥ تخرج من البندقية المذكورة بسرعة قدرها ٤٠ امتار في الثانية

استقال الشغل في الآلات

تطبيق قاعدة القدرة الحية على الآلات

الآلة هي جسم أو عدة اجسام مرتبطة بعضها مع بعض معدة لنقل شغل القوى والقوى التي تؤثر على آلة ما بعضها يحرك تلك الآلة ويسمى بالقوى المحركة وشغلها يسمى بالشغل المحرك والبعض الآخر يميل لإبطاء أو إيقاف حركة الآلة المذكورة ويسمى بالقوى المقاومة وشغلها يسمى بالشغل المقاوم

الشغل المفيد - شغل المقاومات الثانوية - المقاومات الواقعة على الآلة تنقسم الى مقاومات مفيدة أو أصلية وهي عبارة عن التأثير الذي تحدثه الآلة وشغلها يسمى بالشغل المفيد وإلى مقاومات ثانوية وهي مثل الاحتكاكات ومقاومات الاواسط والصدمات والارتجاجات الحاصلة في بعض القطع وهكذا وتلك المقاومات تبطل بصفة فقد محض جزأ من الشغل وشغلها يسمى بشغل المقاومات الثانوية أو الشغل العادم

مثلاً عند رفع دلو ماء بواسطة ملفاف فإن القوة التي تؤثر على المنويلة تحدث الشغل المحرك وتقلل الماء المرفوع مضروباً في الارتفاع اللازم رفعه إليه هو الشغل المفيد أما ثقل الدلو والجمل والمقاومة الناشئة من الماء والهواء على حركة الدلو والماء المصبوب أثناء الصعود ويسبب الجمل أي المقاومة اللازم أن يتغلب عليها لأجل ثنى الجمل المذكور على الملفاف واحتكاك الصباعين فإن جميع تلك المقاومات تحدث شغلاً يسمى بشغل المقاومات الثانوية

حركة أي آلة - كل آلة يمكن اعتبارها كجولة نقط مادية مرتبطة مع بعضها وحركة بجركات مخصوصة وعلى ذلك فيمكن تطبيق قاعدة القدرة الحية عليها وحينئذ يكون شغل القوى الواقعة على أي آلة مقدراً بتغير القدرة الحية

وحيث أن القوى المحركة تؤثر في الجهة المضادة لجهة القوى المقاومة فتكون إشارة شغل القوى المحركة مفارقة لإشارة شغل القوى المقاومة وحينئذ إذا رمز للشغل المحرك بالرمز θ وللشغل المقاوم بالرمز ϕ يكون

$$\theta - \phi = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

وهذه المعادلة المهمة تسمى بمعادلة الشغل

مناقشته - يلزم اعتبار ثلاث حالات

الأولى أن تكون $\phi < \theta$ وحينئذ يحدث $\theta > \phi$

وهذا يحصل في المدة التي فيها تأخذ الآلة في السير وفي تلك المدة تزايد السرعة حتى تصل سرعة حالة الانتظام

الثانية - أن تكون $\phi = \theta$ وحينئذ يحدث

$$\theta = \phi$$

وفي هذه

وفي هذه الحالة تكون الحركة منتظمة وهذا ما يعبر عنه بالسير العومى الذى تكون فيه سرعة الآلة هي سرعة حالة
الانتظام

ويفهم من ذلك أنه لاجل أن يكون سير الآلة منتظما يلزم أن تحدث القوى المؤثرة على تلك الآلة شغلا محركا
مساويا للشغل المقاوم

الثالثة - أن تكون $E \neq 0$ وحينئذ يحدث

$\frac{E}{V} = \frac{E}{V}$

وفي هذه الحالة سرعة الآلة تتناقص وهي المدة التى فيها تأخذ الآلة في الوقوف والشغل المحرك يكون أصغر
من الشغل المقاوم ويتناقص الى أن تقف الآلة

التساوى بين الشغل المحرك والشغل المقاوم - فإثناء مدة السير أعنى أثناء المدة التى تمضى بين مبدأ
سير الآلة وبين وقوفها يكون الشغل المحرك مساويا طبيعيا للشغل المقاوم

لأنه في معادلة $\frac{E}{V} = \frac{E}{V}$ - $\frac{E}{V} = \frac{E}{V}$ يكون

$E = 0$ حيث أن الآلة تسير من السكون

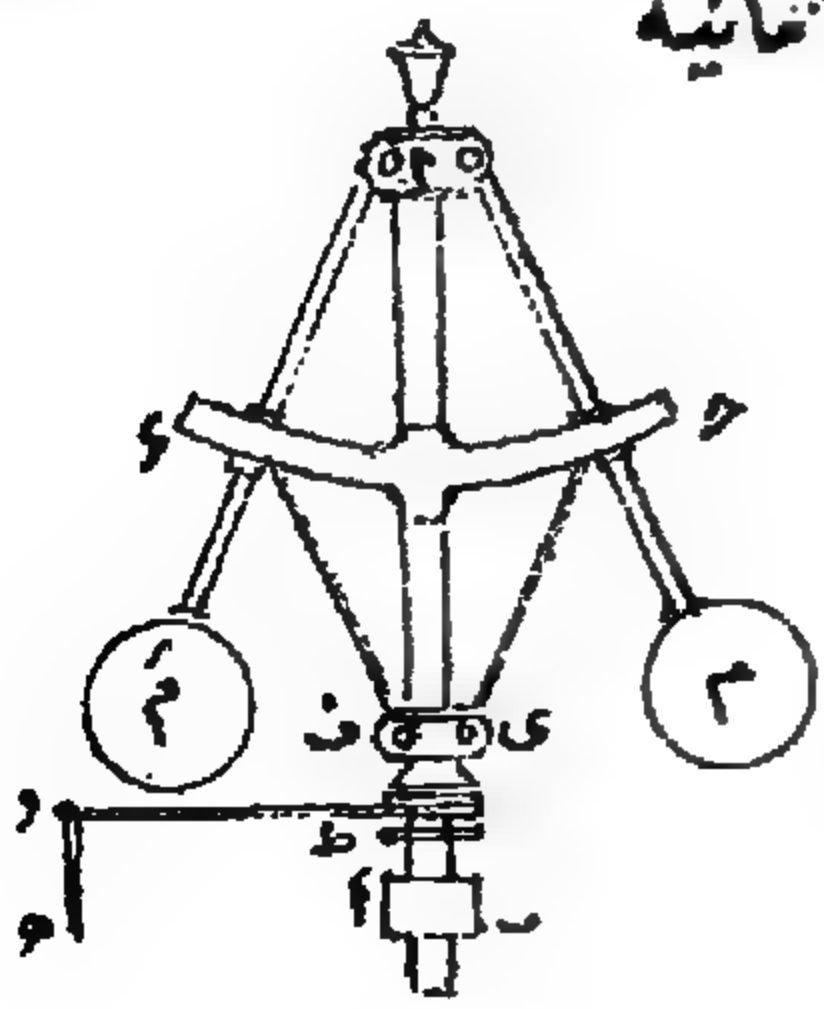
$E = 0$ حيث أن الآلة ترجع الى السكون

حينئذ يكون $\frac{E}{V} = \frac{E}{V}$ ومنها يحدث

$\frac{E}{V} = \frac{E}{V}$

سرعة حالة الانتظام - قد ذكرنا فيما تقدم أن الآلة يكون لها سرعة حالة الانتظام متى كانت حركتها منتظمة
وحيث أن الحصول على هذه الحالة بالضبط غير ممكن غالبا بسبب أن المقاومات اللازمة أن يتغلب عليها متغيرة
جدا فيبحث عن الوصول للقرب من تلك الحالة بقدر الإمكان وحيث أن كل تغير دافى للسرعة ينشأ عنه
اضدام وعليه يحصل فقد من الشغل فلاجل منع تغيرات السرعة فتستعمل المنظومات والطيارات التى تذكرها
فنفقوا

المنظم ذو القوة الطاردة المركزية - المنظومات هي أجهزة تقدر على تعديل شدة القوة المحركة عادة بتنظيم دخول
البخار في اسطوانة البخار مثلا أو بتنظيم دخول كمية الماء التى تدور طارة مائية



والمنظم الكثير الاستعمال هو المنظم ذو القوة الطاردة المركزية
أو المنظم ذو الكرتين الذى عدله المعلم وات لاستعماله في الآلات
البخارية وهو يتكبد كما في شكل ٤٩ من ساق رأسى 'أ' الذى يتحرك
حركة دورانية بانصافه ب محور حركة الآلة ومن ساقين مائلين 'ب' و
أ' مرتبطتين ارتباطا مفصليا في 'ج' ونتهيين بحسين ثقيلين 'د' و 'هـ'
متركن مع المساق الرأسى السابق ذكره في الحركة الدورانية المذكورة
ثم أنه مرتبط في 'أ' ساقان آخران 'ج' و 'د' ارتباطا مفصليا

وهذان الساقان مرتبطان بجلبة ي ف التي تتحرك على طول الساق ١١ وهذه الجلبة تحرك احد ذراعي رافعة ذات مرتفع طوه وذراعيها الآخر يفتح او يغلق منفذ قبول الجمار او يؤثر على اعضاء الانتشار فاذا ازدادت الحركة فان الكرتين تتباعدران وعليه فلجلبة ترتفع والرافعة ذات المرفق تخلق منفذ القبول واذا نقصت سرعة الآلة فالمنظم يحدث تأثيرا مغايرا للأول

وعيب المنظمات هو تأخير تأثيرها وذلك لأنه يلزم أن تكون الحركة متزايدة قبل أن يؤثر المنظم من أجل أبطائها وحينئذ فلا يكون للمنظمات فائدة الا اذا كان تأثير الاسباب الموجبة لزيادة الحركة اولاً ببطائها له مكث

وتمنع التغيرات الدفعية للسرعة بواسطة الطيارات
الطيارات - الطارات هي طارات ذات قطر كبير ومحجم عظيم موزع بانتظام على الخصوص نحو المحيط فحي ابتداء الآلة في الحركة فان الطائرة تبطي ازيدا السرعة بابتلاع كمية عظيمة من الشغل الى ان تصل سرعة الآلة الى سرعة حالة الانتظام واذا ازدادت المقاومات بعد ذلك فان الطائرة تترك جزاً من القدرة الحية المشتملة هي عليها وبسبب عظم مجسمها فان سرعة الآلة تنقص كيفية غير محسوسة ويمكن اعتبار الطائرة كمتوسع يتلعب الشغل الزائد ويمنع الآلة من الهيجان ثم يتركه عند ما يضعف المحرك أو تزايد المقاومات ويمنع حصول بطئ دفعي

ثم ان وجود الطائرة في الآلات التي لها ذراع ومسويله ضروري لأجل انخبط على النقط الميثة وأما آلات اللوكوموتيف فلا تستعمل فيها الطيارات بسبب عظم محسباتها وزيادة على ذلك فان تلك الآلات لها حاجة اذرة لتنظيم تأثير القوة المحركة

ومنى علمت التغيرات التي يمكن ان تحدثها المقاومة فانه يمكن تعيين مقادير ابعاد الطائرة بحيث ان تغيرات السرعة لا تتجاوز حدا معيناً كمقدار $\frac{1}{10}$ مثلاً من سرعة حالة الانتظام وعيب الطائرة هو كبر شغل المقاومات الثانوية بمقدار عظيم بسبب الاحتكاك الحاصل من اصبعها على مستديها

الشغل المفيد - جودة الآلة - قد علم ما تقدر ان الشغل المقاوم يتركب من الشغل المفيد ومن شغل المقاومات الثانوية وحينئذ يكون

$$\text{ش} = \text{ش} + \text{ش}$$

وحيث ان $\text{ش} = \text{ش}$ بموجب ما تقدر فيكون

$$\text{ش} = \text{ش} + \text{ش}$$

ويضم من ذلك ان الآلة تكون جيدة كلما كان شغل المقاومات الثانوية ضعيفاً حيث انه في هذه الحالة يكون الشغل المفيد جزءاً عظيماً من الشغل المحرك

فالنسبة بين الشغل المفيد والشغل المحرك هي ما تسمى بجودة الآلة او بمعامل التأثير المفيد وعلى هذا فتكون

الجودة

الجودة المذكورة مبينة بالمقدار $\frac{ش}{ش}$

وحيث أنه من المستحيل اعداد شغل المقاومات الثانوية فتكون الجودة دائما أصغر من الواحد ولا تتجاوز ٧٥
في الآلات الجيدة الانادرا

وحيث أن يكون من المهم جدا تقليل المقاومات الثانوية ما أمكن ولذلك يلزم تقليل القطع المتحركة وتلطيف
الاحتكاكات بصقل القطع المناسبة وحفظ الدهانات على حالة جيدة وضبط القطع كي تصير الأخلية قليلة
ويحصل تقليل الارتجاجات ما أمكن وهكذا ومع ذلك فجميع هذه الاحتراسات لا يمكنها سوى تقليل المقاومات
الثانوية وليس نحوها بالكلية وعليه فتقل الشغل المقاوم فقط ولا تقدمه
ويعلم من ذلك أنه يستحيل حينئذ التوصل الى شغل مساو للشغل المحرك حيث أنه بأي آلة كانت لا يتحصل الا
على جزء من الشغل المحرك

من البحث البحث عن الحركة الدائمة - الحركة الدائمة موجودة من ابتداء خلقه العالم فان حركات الكواكب
والجوار والانهار وهكذا استمرار الوجود الى الآن ويمكن الانتفاع بأحدها بواسطة الآلات التي تحرك مادامت
قابلة للاستعمال

وأما البحث عن الحركة الدائمة التي نحن بصدد ها فهو أمر مخالف لذلك إذ الغرض منه إيجاد آلة تتحرك متحركا
لا نهاية له وتؤدي الى عمل مفيد وذلك بواسطة تأثير محرك عليها مدة قليلة من الزمن فقط
فهذا الأمر عكس محض لأنه ولو فرض عدم الحصول على ادنى عمل مفيد فإنه من المستحيل أن التأثير المحدود الناشئ
عن محرك أن يؤدي للآلة حركة تستمر بلا نهاية
وللبرهنة على ذلك يقال أنه بالنسبة لأي آلة بنا وعلى ما تقدر يكون

$$\frac{ش}{ش} = \frac{ش}{ش} \text{ أو } \frac{ش}{ش}$$

$$ش = ش \text{ أو } ش < ش$$

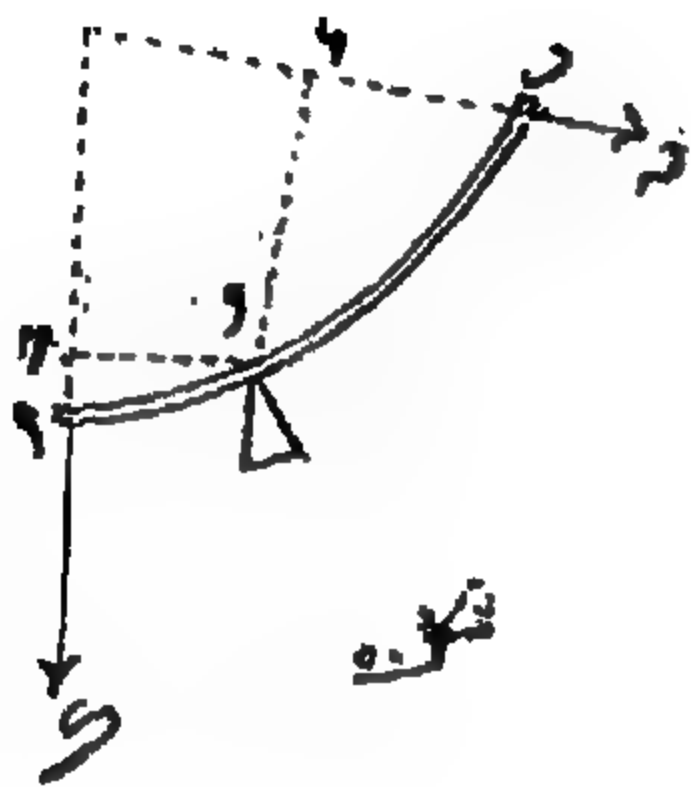
وحيث ان في هذه الحالة مقدار الطرف الأول من المصادلة المذكورة محدود بسبب أن مقدار كل من القوة والحركة
هـ والمسافة هـ التي تقطعها محدود وصغير نوعا على العموم فلا يمكن أن يكون الطرف الثاني غير محدود
وحيث أنه مهما كان صغر مقدار المقاومة ك لا يمكن أن تكون معدومة فالعامل الثاني هـ يكون له طما
مقدار محدود وبالأولى يكون محدودا إذا كانت الآلة ملزومة لأن تؤدي عملا مفيدا وهو المطلوب
تحقيق قاعدة انتقال الشغل

قد ذكرنا فيما تقدم أن الآلة تنقل الشغل المحرك وفي مدة من السير يكون الشغل المحرك مساويا للشغل المقاوم
فهذا ما يعبر عنه بقاعدة انتقال الشغل

وقد تحقق بالسهولة هذه القاعدة في الآلات البسيطة المتحركة بانتظام بتأثير قوتين
وذلك لأنه حيث كانت الحركة منتظمة فالقوة هـ والمقاومة ك تتزانان معا اذ يخاف ذلك يكون
لهما محصلة مؤثرة على الآلة بالاستمرار وتحدث لها حركة متغيرة وهذا مخالف للغرض فينبذ تسير الآلة

بناء على خاصية القصور الذاتي أعني يكون الشغل المحرك يساوي الشغل المقاوم
وسنحقق التساوي بين الشغل المحرك والشغل المقاوم في الحالة الخصوصية التي نحن بصددتها باتخاذ الرافعة
مثلا وباتباع سير مشابه لذلك يجري التحقيق عينه بالنسبة للآلات البسيطة الأخر المتحركة بانتظام الذي
سيطلب فيما بعد بصفة تميز

تحقيق قاعدة الشغل في الرافعة - إذا كان $ا$ أو شكله رافعة متأثرة بقوة $د$ ، $ك$ فنقترض
أن القوتين المذكورتين مؤثرتان في النهايتين $د$ ، $ك$ لذباي رافعتها
وحيث أن القوتين المذكورتين عموديتان دائما على ذراعي رافعتها بسبب
حصول التوازن في أثناء الحركة فإذا رمز بجر $م$ ، $د$ للقوسين المرسومين
بالنقطتين $د$ ، $ك$ يكون شغل القوة $د$ مساويا إلى $د م$ بموجب
ما تقدم وشغل القوة $ك$ مساويا إلى $ك د$



وحيث أن القوتين $د$ ، $ك$ متزانان فبموجب ما تقدم يكون $\frac{د}{ك} = \frac{م}{د}$
وكذا حيث أن القوسين $م$ ، $د$ متشابهان فيكونان مناسبين لفتى قطريهما
ويحدث $\frac{د}{م} = \frac{ك}{د}$ وحيث أن يكون

$$\frac{د}{م} = \frac{ك}{د} \quad \text{ومنها يحدث}$$

$$د م = ك د$$

أعني أن الشغل المحرك يساوي الشغل المقاوم وهو المطلوب
ما يكتب من القوة يفقد من السرعة - هذه القاعدة التي يلزم مراعاتها ناتجة من قاعدة انتقال الشغل
وذلك لأن كل شغل محرك يقابل لشغل مقاوم مساو له ولكن الشغل المقاوم المذكور هو حاصل ضرب
عاملين حيث إذا أكبر أحدهما صغرا لآخر فحينئذ إذا كبرت القوة التي يلزم أن يتغلب عليها صغرت
المسافة التي تقطعها وبالعكس إذا أريد تكبير المسافة فالقوة التي يلزم أن يتغلب عليها تصير صغرة
وعلى هذا فيرى أن ما يكتب من القوة يفقد من المسافة المقطوعة
ومع ذلك فينطق بالقاعدة المذكورة عادة هكذا
ما يكتب من القوة يفقد من السرعة

شروط توازن الآلات البسيطة المحصلة تلك الشروط

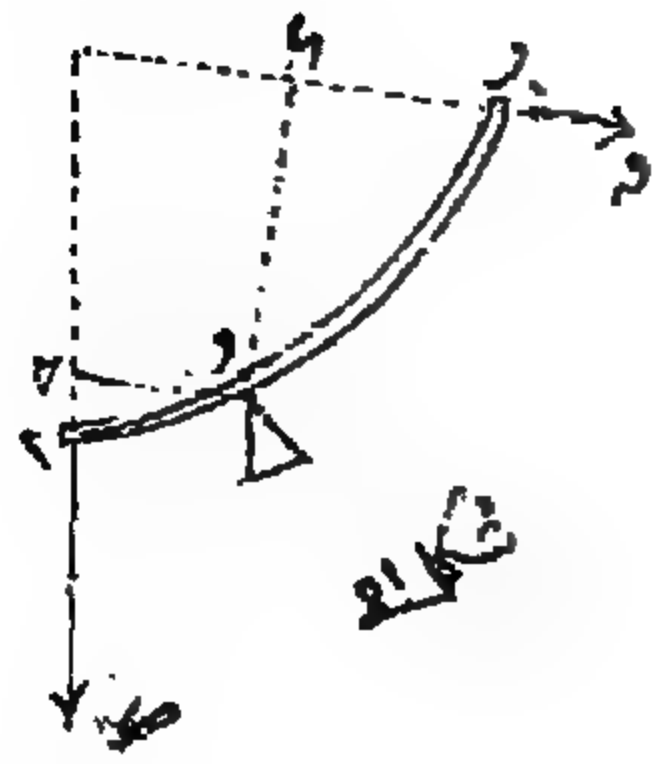
بواسطة معادلة الشغل

التساوي بين الشغل المحرك والشغل المقاوم في الآلات المتحركة بانتظام يوصل بطريقة بسيطة جدا الشروط
توازن القوى الواقعة على تلك الآلات

توازن الرافعة - حيث أن الرافعة أو شكله متحركة بانتظام بتأثير القوتين $د$ ، $ك$ فتكونت

هاتان

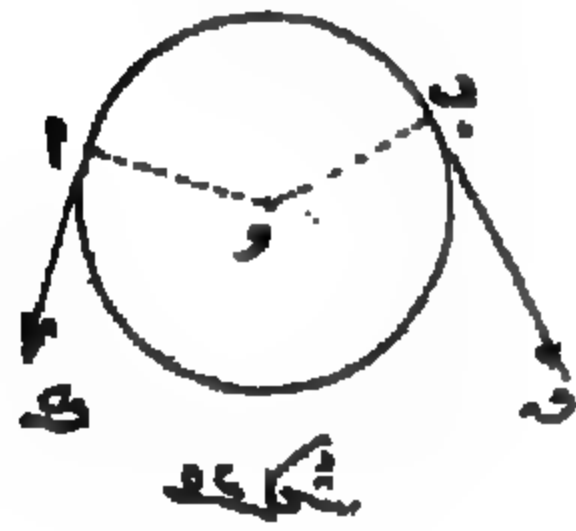
هاتان القوتان متوازيتان بموجب ما تقدم وإذا فرض أنها واقعتان
في نقطتي $د$ و $هـ$ اللتين هما نهايتا ذراعي رافعتهما فتكون هاتان
القوتان عموديتين دائماً على $و$ و $و$ مادام التوازن حاصل
وحينئذ إذا رمز بالرمز $م$ للمسافتين المقطوعتين بالنقطتين
 $د$ و $هـ$ فإن معادلة الشغل تكون هي



$$\begin{aligned} م &= م & \text{ومن هنا يحدث} \\ \frac{م}{م} &= \frac{م}{م} & \text{ولكن بناء على ما تقدم يكون} \\ \frac{م}{و} &= \frac{م}{و} & \text{وحينئذ يحدث} \\ \frac{م}{و} &= \frac{م}{و} \end{aligned}$$

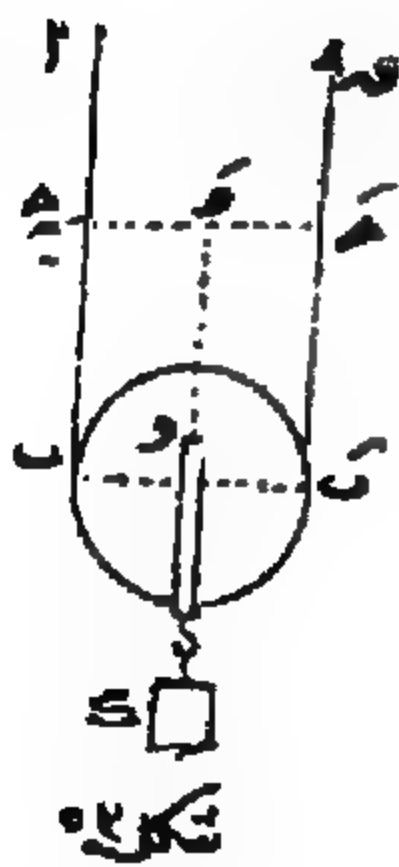
اعني ان القوة والمقاومة مناسبتان عكسا لذراعي رافعتهما وهذا هو الشرط الذي وجد سابقا
في علم الاستاتيكا

توازن البكرة الثابتة - حيث ان المسافتين المقطوعتين بالنقطتين $د$ و $هـ$ متساويتان
بالبداهة فمعادلة الشغل تكون



$$\begin{aligned} م &= م & \text{وحينئذ يكون} \\ م &= م \end{aligned}$$

وهذا هو شرط توازن البكرة الثابتة السابق ايجاده
توازن البكرة المتحركة - الحالة البسيطة المستعملة كثيرا في العمل هي
التي فيها يكون الحبلان متوازيين وهي التي سنشتغل بها هنا فنفرض
اذا فرض ان $و$ و $و$ شكله هو الارتفاع الذي ارتفعت اليه البكرة او لكل
 $ك$ فان كلا من الحبلين ينقص بمقدار $و$ وحينئذ فالقوة $و$ يلزم ان
تتحرك بمقدار $و$ وعلى هذا ففي معادلة الشغل التي هي



$$\begin{aligned} م &= م & \text{يكون} \\ م &= م & \text{وحينئذ يحدث} \\ م &= م & \text{ومن هنا يحدث} \\ \frac{م}{م} &= \frac{م}{م} \end{aligned}$$

وهذا هو عين الشرط السابق ايجاده في الاستاتيكا

توازن الملفاف - حيث ان القوتين $و$ و $و$ مؤثرتان بالتاس للهيطين $و$ و $و$ شكله فتق
دار الملفاف دورة كاملة يكون

$$\begin{aligned} م &= م & \text{ش} \\ م &= م & \text{ش} \\ م &= م & \text{ش} \end{aligned}$$

وحينئذ لمعادلة الشغل تكون

$$W \times ط = K \times ط \quad \text{ومنها يحدث}$$

$$\frac{W}{K} = \frac{ط}{ط}$$

وهي المعادلة المعروفة في الاستاتيكا

توازن البلكو - إذا كان البلكو كما في شكله فإنه إذا ارتفعت المقاومة K بمقدار h فإن كلا من السعة أحيال ينقص بقدر الارتفاع المذكور والقوة W الواقعة على نهاية الجبل السابع تنتقل بمقدار مساو إلى h ومعادلة الشغل تؤول إلى

$$K = W \times h \quad \text{ومنها يحدث}$$

$$\frac{K}{W} = h$$

توازن المستوى المائل - إذا فرض أن L هي المسافة المقطوعة بالجسم على طول المستوى المائل شكله فإن شغل القوة W بموجب ما تقدر يكون مساويا إلى

$$W \times H$$

وشغل المقاومة K يكون مساويا إلى

$$L \times K \times \sin \alpha \quad \text{أو}$$

$$K \times H = L \times \sin \alpha$$

وحينئذ لمعادلة الشغل تكون

$$W \times H = K \times L \times \sin \alpha \quad \text{ومنها يحدث}$$

$$\frac{W}{K} = \frac{L \times \sin \alpha}{H}$$

وهذا هو الشرط الذي وجد في الاستاتيكا بالنسبة للمستوى المائل

توازن الرافعة المضاعفة المستعملة لرفع العربات - لأجل رفع عربة بواسطة هذه الآلة شكله

يخشق أحد الاسنان M للرافعة W أسفل الدجل ويضغط

على المقبض A لنهاية الرافعة B وبحساب مقدار الشغل

اللازم لإيقاعه على الرافعة AB المفروض أنها أفقية بحيث يوازن

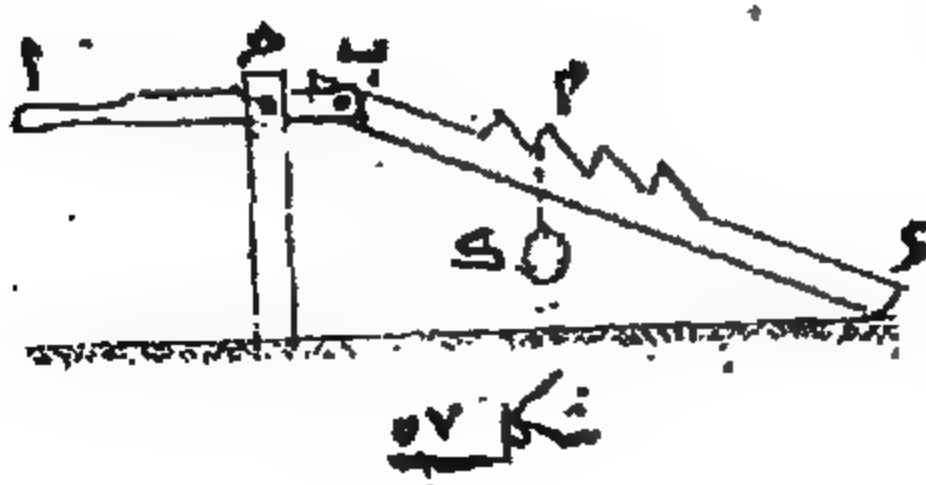
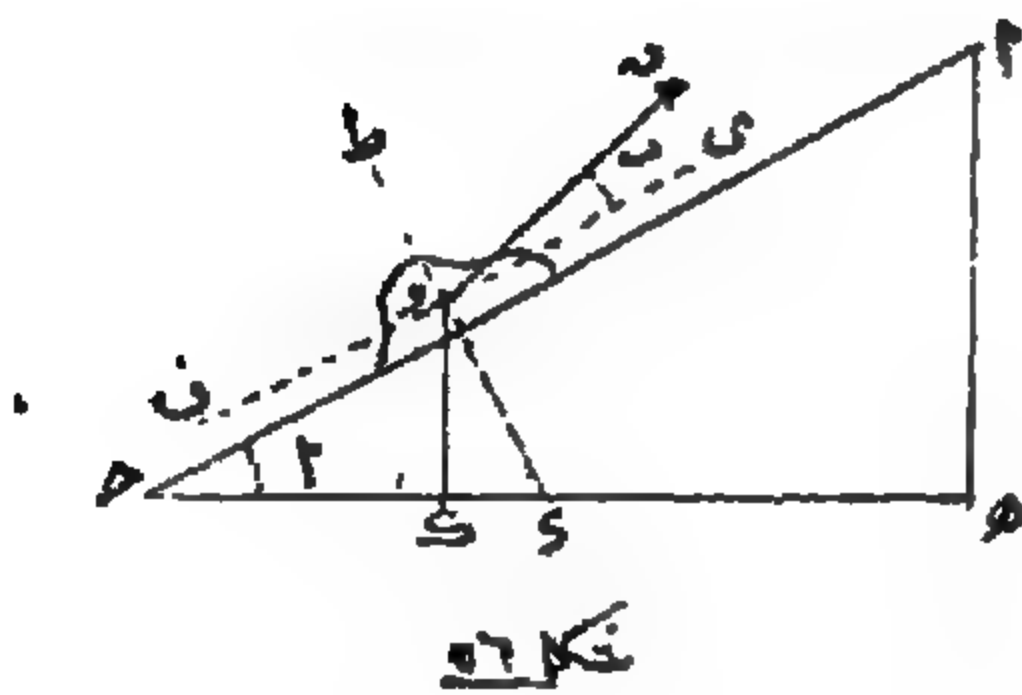
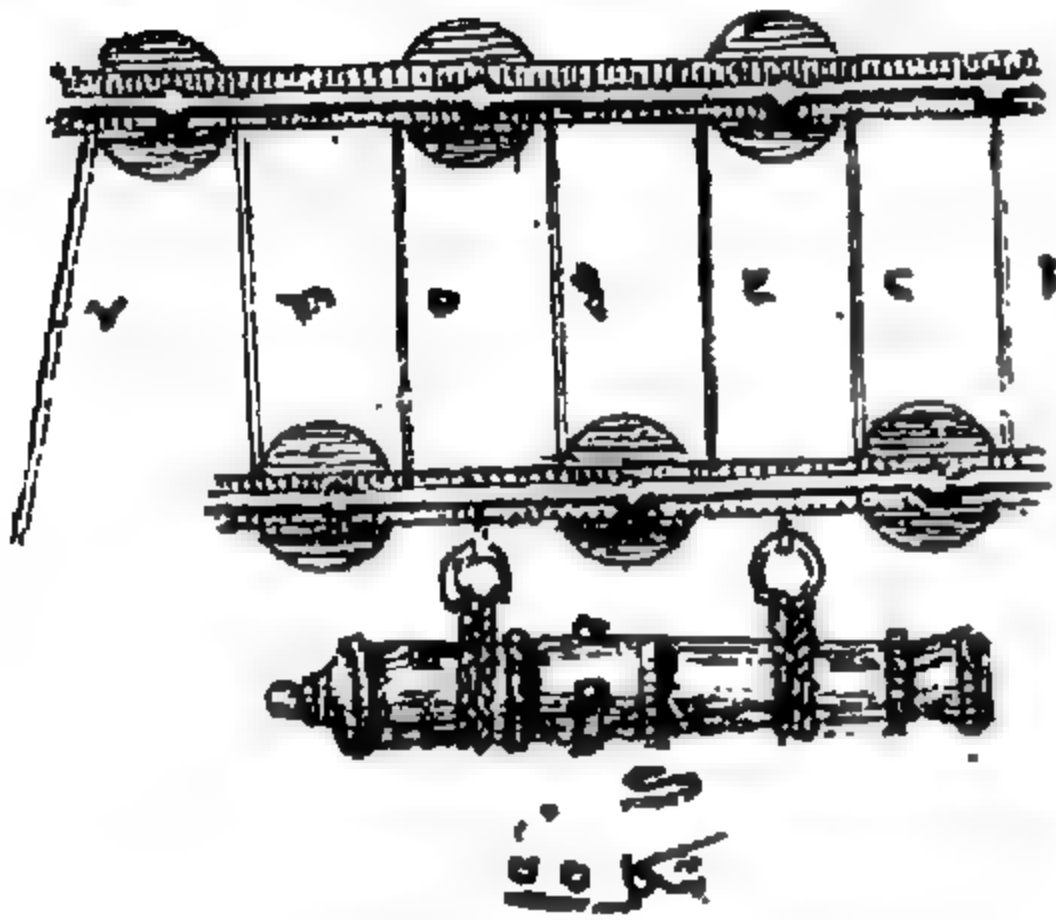
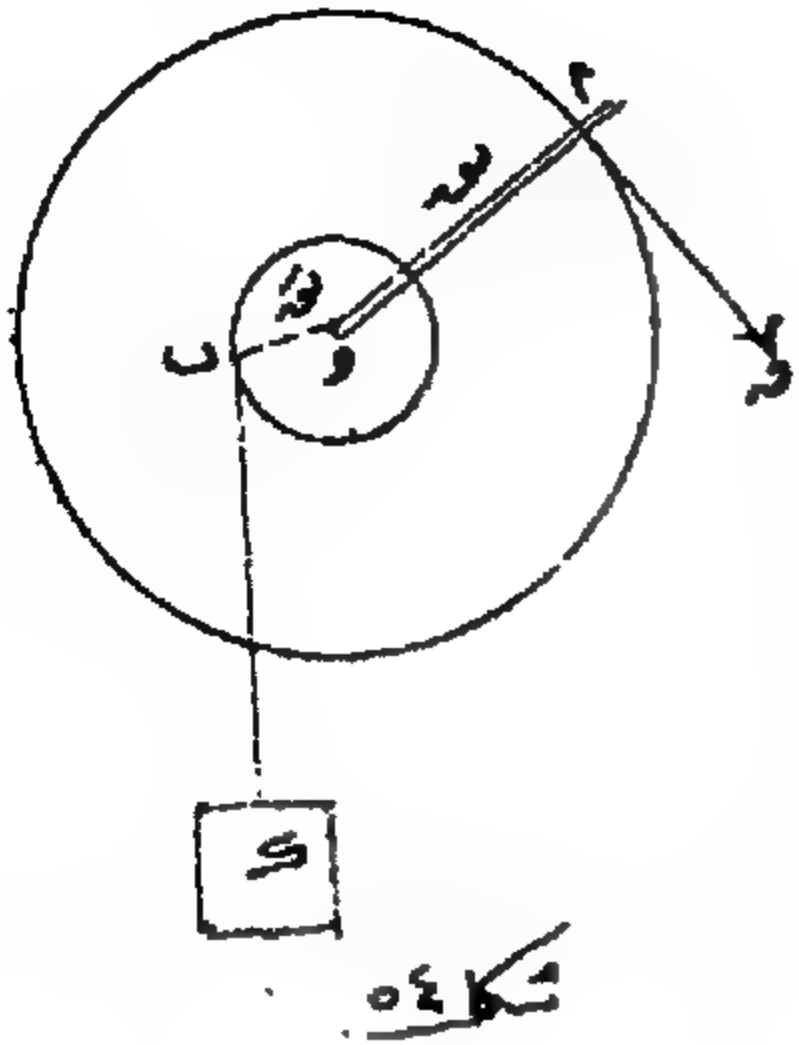
مع الشغل K المؤثر في M بناء على دالة الشغل

نقرص أن M ، A ، B هي الانتقال الآتية الصغيرة جدا للنقط M ، A ، B ،

وحينئذ من معادلة الشغل $W \times M = K \times M$ يكون

$$\frac{W}{K} = \frac{M}{M}$$

وحيث



وحيث ان

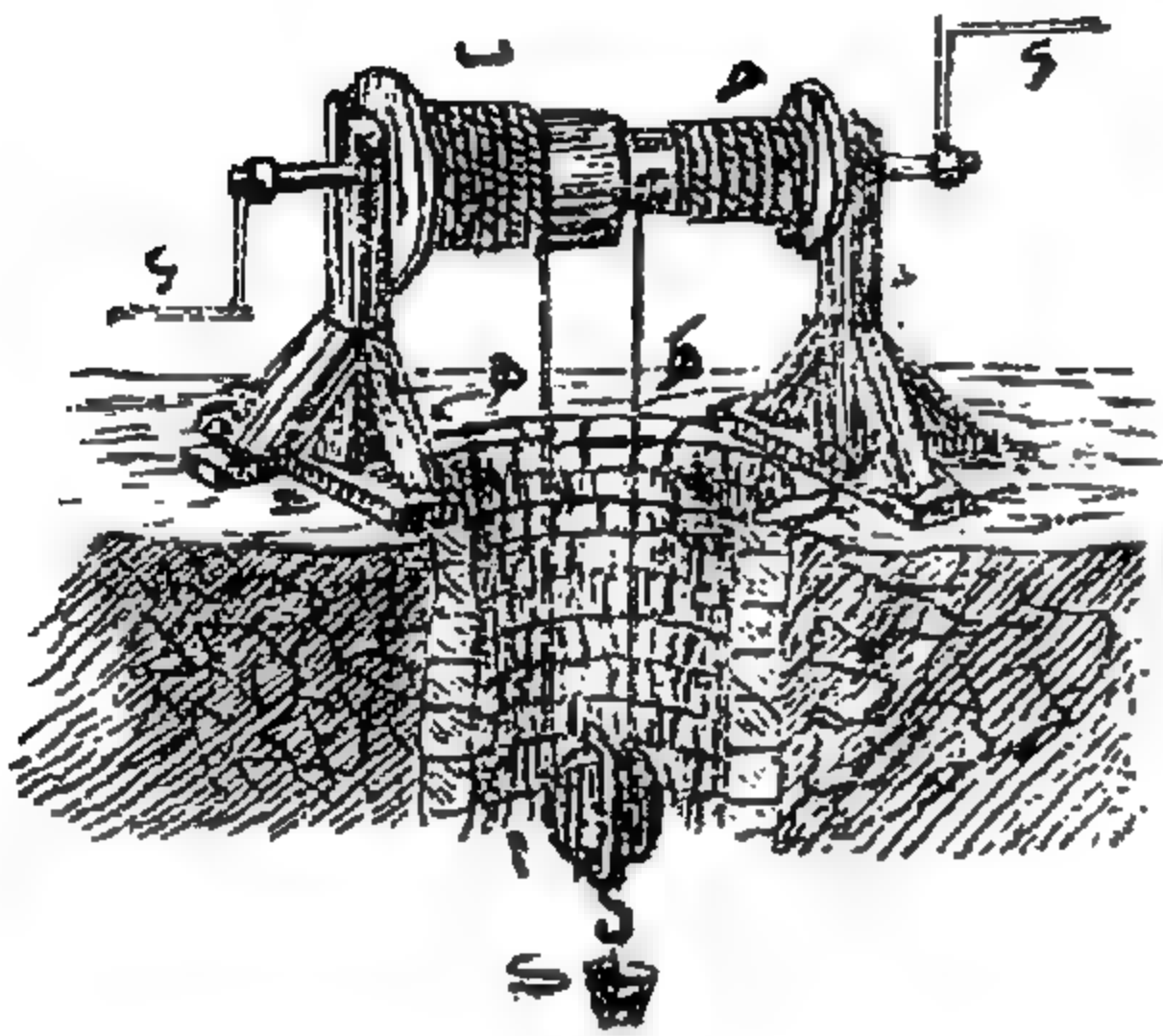
$$\frac{P}{Q} = \frac{C}{D} \quad \text{فيكون}$$

$$\frac{P}{Q} \times \frac{D}{C} = \frac{C}{C} \quad \text{وحينئذ يكون}$$

$$\frac{P \times D}{Q \times C} = 1$$

وهذا المقدار هو عين المقدار الذي يستنتج بناء على شروط التوازن

لتوازن الملفاف الفرقى - لنفرض بلقافا اسطوانته مكونة من جزئين نصف قطرهما مختلفان كما



شكلا ٥٨

في شكل ٥٨ وان الحمل ك معلق في جبل بواسطة بكره

مبتكرة - ٢ بحيث ان فرعا لحبل المذكور المارين على

البكره المذكورة متوازيان وملتان على التناظر

على الاسطوانتين هـ ب اللتين نصف قطريهما

نوعه ١ وهـ ونفرض ان التوازن حاصل بواسطة

قوة د الواقعة بالتاس على محيط دائرة نصف

قطر هـ المرسوم بأحدى المنوبلتين و

ثم يحدث للملفاف المذكور انتقال رأو يا حول محوره

قدح هـ فيئذ نقطة و تنتقل بمقدار

هـ هـ والفرع هـ يلتف بمقدار هـ هـ والفرع هـ ينفك بمقدار هـ هـ والثقل ك

يرتفع بمقدار نصف الفرق (هـ - هـ) هـ ومعادلة الشغل تؤول الى

$$هـ هـ = هـ هـ \times (هـ - هـ) هـ \quad \text{أو}$$

$$هـ هـ = هـ هـ \times هـ هـ$$

وهو عين الشرط السابق ايجاده في الاستاتيكا

لتوازن البريمة - البريمة لا تستعمل فقط في الآلات الدقيقة بل تستعمل ايضا بكثرة عند ما يحتاج الامر

الى قوة عظيمة

حينئذ اذا قطعت القوة د شكل ٥٩ المسافة ط ل فان المقاومة

ك تقطع الارتفاع هـ ومعادلة الشغل تؤول الى

$$هـ هـ \times ط ل = ك هـ \quad \text{ومنها يحدث}$$

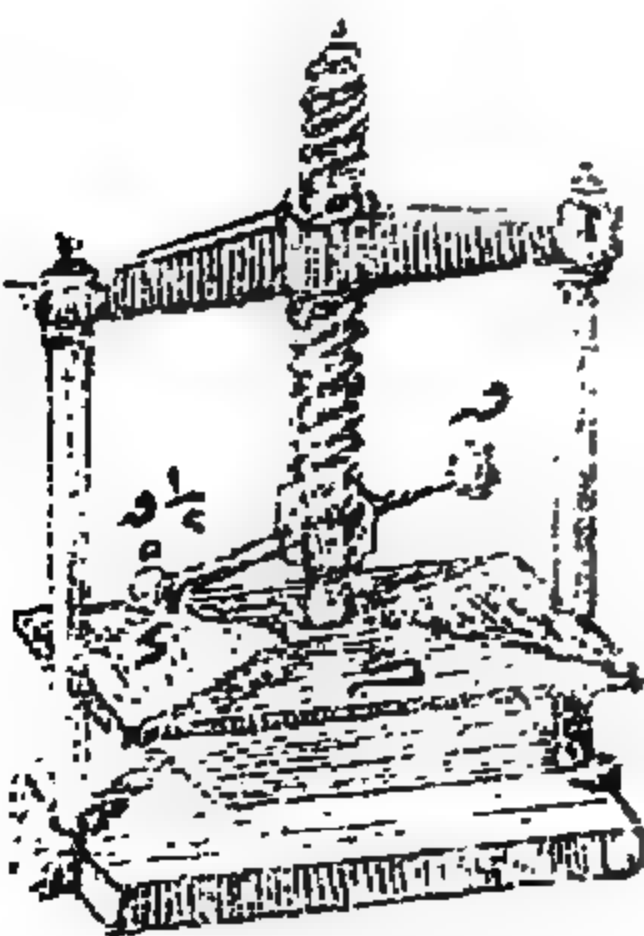
$$\frac{هـ}{ط ل} = \frac{ك}{هـ}$$

ويفهم من ذلك انه متى كانت البريمة متزنة يكون نسبة القوة الى

المقاومة كنسبة خطوة البريمة الى طول المحيط المرسوم بنصف

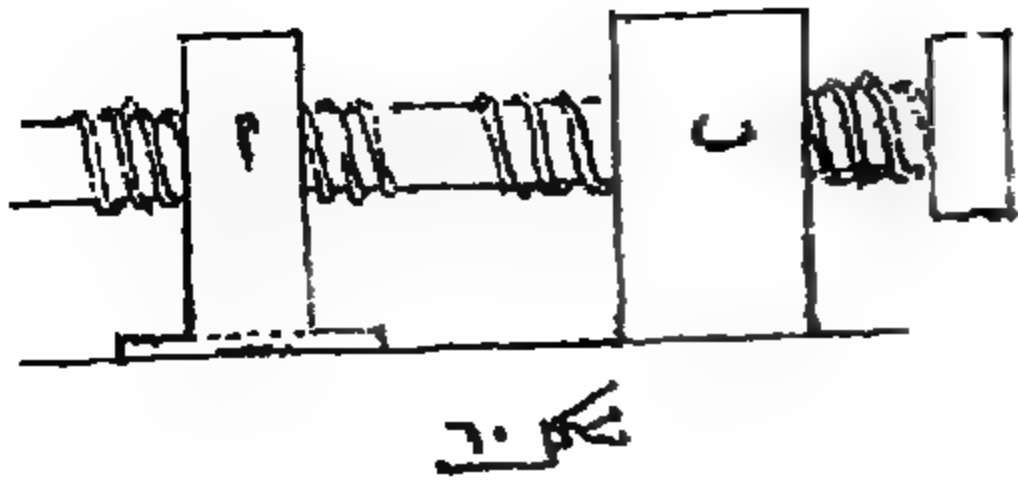
قطر مساو المنزاع او لللوسيه

لتوازن البريمة الفرقية - حيث انه في هذه البريمة شكل ٦٠ تكون المسافة المقطوعة بالقوة مساوية



شكلا ٥٩

الى e طول والمسافة المقطوعة بالمقاومة مساوية الى
 هـ - هـ فمعادلة الشغل تؤول الى



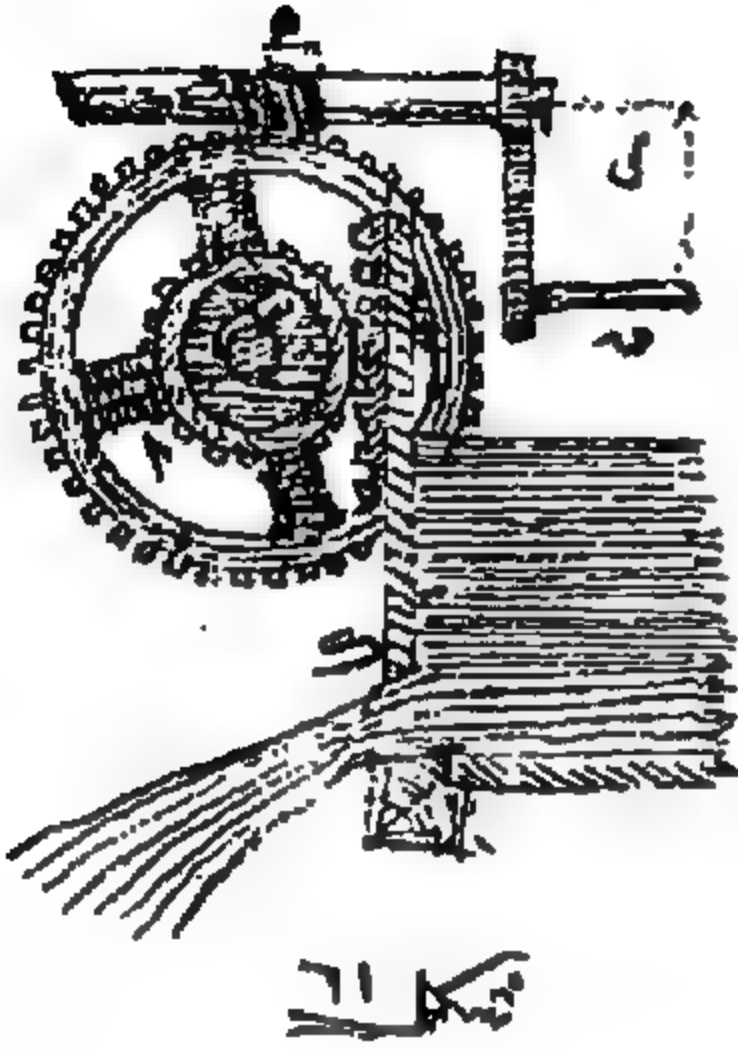
هـ $\times e$ طول $= e (h - h')$ ومنها يحدث

$$\frac{h}{e} = \frac{h - h'}{e}$$

توازن البريمة غير المنتهية - حيث انه في هذه الآلة شكلت تكون المسافة المقطوعة بالقوة هي
 e طول والمسافة المقطوعة بالمقاومة هي $h - h'$ فمعادلة الشغل تؤول الى

هـ $\times e$ طول $= e (h - h')$ ومنها يحدث

$$\frac{h}{e} = \frac{h - h'}{e}$$



وحيث ان البسط أصغر بكثير من المقام فيمضد هذه الآلة يحدث
 تأثيرات عظيمة بقوة ضعيفة

تمريبات

(١) - المطلوب تحقيق قاعدة الشغل في الآلات الآتية

الأولى البكرة الثابتة

الثانية البكرة المتحركة في حالة ما يكون الحبلين متوازيين

الثالثة العيار

الرابعة الملفاف

الخامسة المستوي المائل

(٢) المطلوب إيجاد شرط التوازن بناء على معادلة الشغل في الآلات الآتية

الأولى البلىكو المعتاد

الثانية الملفاف ذو الطارة المستنة

الثالثة المعزة

الرابعة العيار الكبير

الخامسة العفريتة

السادسة البلىكو الفرق

(٣) المطلوب إيجاد شروط توازن البكرة المتحركة في حالة ما يكون الحبلان غير متوازيين

وذلك بناء على معادلة الشغل

فالمقاومة

في مقاومات الشأنوية

المقاومات الشأنوية هي التي تتباعد جزأ من الشغل بدون ان تحدث أدنى تأثير مفيد والمقاومات الشأنوية الرئيسية هي

أولا الاحتكاك

ثانيا مقاومة الأواسط

ثالثا المقادامات

رابعا يبوسة الأفعال

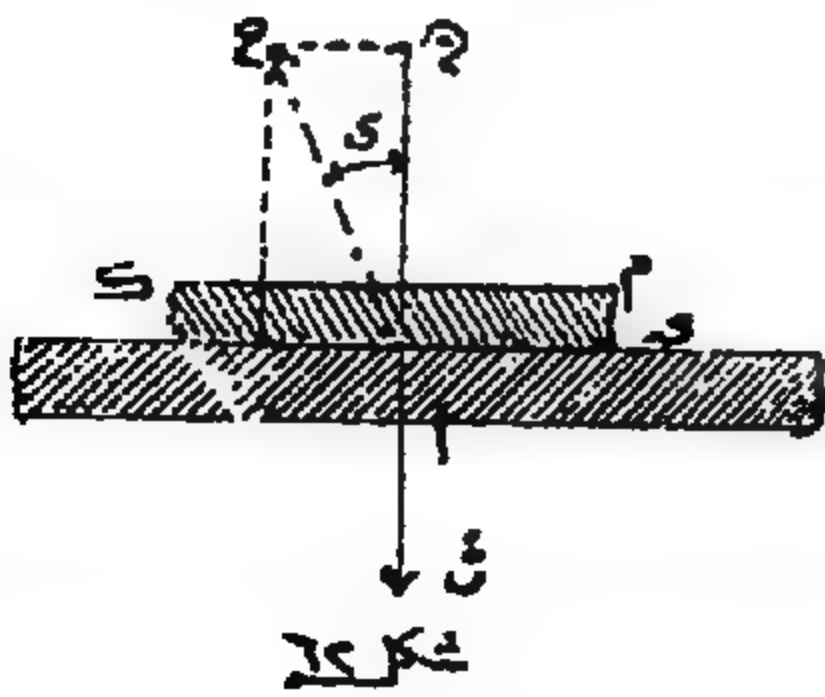
ولنكلم على تلك المقاومات بالترتيب فنقول

في الاحتكاك

قد ظهر من التجربة أنه لأجل زلق جسم ما على مستوا أفقى يلزم وجود قوة ذات شدة معينة بحيث إذا أثر عليه بتأثير أقل من تلك القوة يبقى الجسم المذكور ساكنا وحينئذ فذلك الجسم يكون متأثرا بشقله وبالقوة التي عميل لتحريكه ولكن حيث أن هاتين القوتين لهما محصلة مائلة على المستوى ولا تغدرا إلا برد فعل ذلك المستوى حينئذ يكون رد الفعل المذكور مائلا على سطح المستوى المذكور ويمكن تحليله إلى قوتين أحدهما عمودية على المستوى وتزن مع ثقل الجسم المذكور ولا تحدث أدنى مقاومة للحركة والأخرى مماسة للسطح المسبق ذكره وهي التي يلزم أن يتغلب عليها لأجل تحريك ذلك الجسم

وحينئذ متى ابتداء الجسم المذكور في الحركة - فإن رد الفعل المماس يكون هو الاحتكاك في مبدأ الحركة وقد ظهر من التجربة أيضا أنه متى كان الجسم يتحرك على سطح أفقى بناء على سرعته المكتسبة فإن حركته تأخذ في النقص بالاستمرار إلى أن يسكن المتحرك المذكور ويفهم من ذلك حينئذ أنه لا بد من وجود قوة بجهة في الجهة المضادة للحركة كانت سببا في إعدام القدرة لكيه التي كانت لذلك الجسم فهذه القوة المماسية للسطح المذكور هي الاحتكاك في أثناء الحركة

وعلى هذا فلا يكون لقوة الاحتكاك وجود متى كان الجسم غير متأثر بالحركة وأنها تأخذ في الظهور متى مالت قوة لتحريكه وتزايد بازياد القوة المحركة إلى أن يتحرك الجسم المذكور وحينئذ فتكون مساوية للقوة المحركة المذكورة ثم إن قوة الاحتكاك تنقص عادة قليلا بمجرد تحرك الجسم وبعد ذلك تبقى ثابتة في مدة الحركة



وقوة الاحتكاك هي دائما بجهة في الجهة المضادة للحركة

زاوية الاحتكاك - إذا فرض جسم م شكل موضوع على مستوا أفقى وكان متأثرا بشقله ث فقط فإن رد الفعل θ للمستوى يكون مساويا ومضادا مباشرة للثقل ث لكن إذا أوقع على الجسم المذكور قوة مثل θ بحيث يصير ازديادها شيئا فشيئا إلى أن يتحرك الجسم فإن تلك القوة تكون مساوية لقوة

الاحتكاك ك

وحيث فالجسم يكون متأثرا بالقوتين ث، هـ وبرد الفعل ح للمستوى ورد الفعل هذا يمكن اعتباره مؤثرا في النقطة ١ التي هي نقطة تلاقي الرأسى المار بمركز ثقل الجسم بالمستوى الأسفل له وحيث أن الجسم متزن فيلزم أن يكون رد الفعل ح مساويا ومضادا مباشرة لمحصلة القوتين هـ، ث اذا تقرر هذا فالزاوية ي التي يصنعها رد الفعل المذكور مع الخط العمودى للسطح المضغوط هي ما تسمى بزاوية الاحتكاك

معامل الاحتكاك - معامل الاحتكاك هو النسبة بين قوة الاحتكاك والضغط العمودى للجسم على السطح المضغوط وحيث اذا فرضنا معامل الاحتكاك المذكور بالرمز μ يكون

$$\frac{C}{N} = \mu = \frac{C}{\frac{W}{\sin \theta}}$$

ولكن من مثلك اع د القائم الزاوية يحدث

$$\frac{C}{N} = \frac{C}{\frac{W}{\sin \theta}} = \frac{C \sin \theta}{W} = \mu$$

$$\mu = \frac{C}{N}$$

اعنى ان معامل الاحتكاك يساوى ظل زاوية الاحتكاك

مارسة الاحتكاك بالتجربة

الاحتكاك في مبدأ الحركة - قوانين الاحتكاك وضعها المعلم كلوب بناء على التجارب التي اجراها ثم حققها بعد المعلم موران بطرق دقيقة جدا كما يأتى

وهي أنه جعل مادة عريضة من البلوط اب شكل افقية بالضبط ووضع عليها صندوقا ف مشتملا على ثقل معلوم وربط ذلك الصندوق بجبل مرتبط بدنامومتر

ع ومار على مقربة هـ ثم علق في نهاية الجبل المذكور

كفة مثل ط ووضع فيها اثقالا تدريجيا الى ان ابتداء

الصندوق ف في التحرك ورصد شدة الجبل من الدينامومتر

ع فهذه الشدة تكون مساوية لقوة الاحتكاك ك

وبعبارة تلك القوة على ث الذي هو عبارة عن الضغط

الرأسى للصندوق على المادة ينتج مقدار معامل الاحتكاك

د في مبدأ الحركة

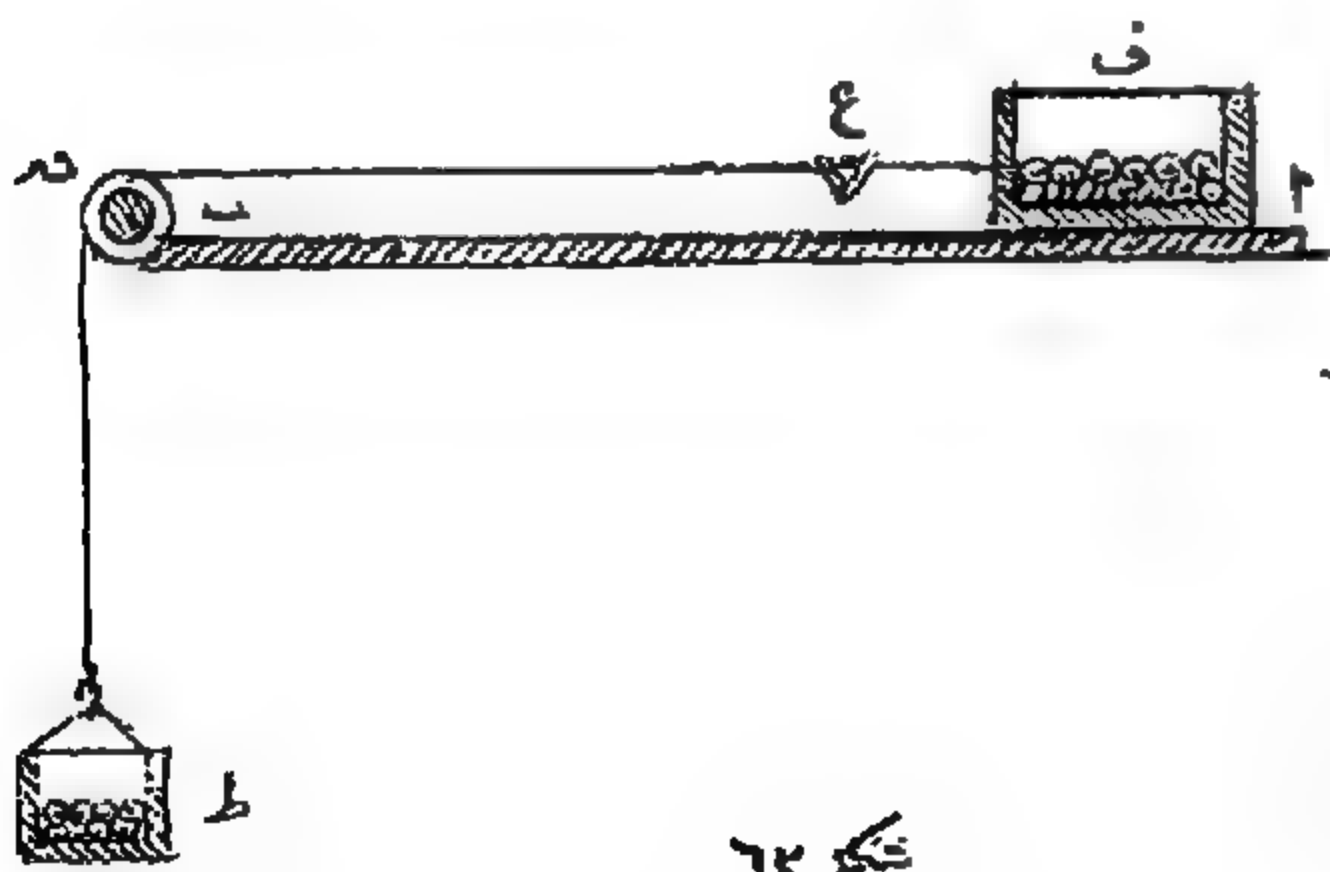
ويمكن تغيير مقدار الحمل الذي يوضع داخل الصندوق وكذلك السطوح المحتكة بتكسية المادة وقاع

الصندوق من الخارج بالسطوح المختلفة التي يراد اجراء التجربة عليها

الاحتكاك في مدة الحركة - قد وصل المعلم موران حركة البكرة هـ بجهاز مبين للحركة فأى ان حركة

الصندوق منتظمة السرعة وعلم حينئذ انها ناشئة من قوة ثابتة (بموجب ما تقدم) وتلك القوة المحركة

تساوى



شكل ٦٤

تساوى بداهة للفرق بين شد الجبل للصندوق الذي يرمز له بالرمز ش وبين قوة الاحتكاك مدة الحركة التي يرمز لها بالرمز ك ولكن قد ظهر من رصد الدينامومتر أن ش ثابت مدة تحرك الصندوق بحيث أن الفرق ش - ك ثابت أيضا كما تقدر فيعلم من ذلك أن ك تكون ثابتة وعليه فتكون قوة الاحتكاك غير متعلقة بالسرعة

ولأجل تعيين مقدار ك تقدر بالضغط المسافة ه التي يقطعها الصندوق في الزمن ن ثم نرسل ثقل الكفة ط مع الحمل الذي فيها بالرمز و ولنقل الصندوق مع حمله بالرمز ث ثم يقال حيث أن القوة و - ك تحدث للجسم $\frac{و + ث}{ه}$ حركة منتظمة البجلة التي نرسل بجلتها بالرمز و فيكون

$$و - ك = \frac{و + ث}{ه} \times و$$

ولكن بموجب ما تقدر ه = $\frac{و}{و}$ ومنها يحدث

$$و = \frac{ه}{ه} \text{ وعليه يكون}$$

$$و - ك = \frac{و + ث}{ه} \times \frac{ه}{ه} \text{ أو}$$

$$ك = و - \frac{و + ث}{ه} \times \frac{ه}{ه}$$

ومن هذه المعادلة يتعين مقدار ك وبقسمة ك على ث يحصل على مقدار معامل الاحتكاك في مدة الحركة الذي يرمز اليه بالرمز ع

قوانين الاحتكاك - قد ظهر من تجارب المعلم كلومب والمعلم موران القوانين الآتية

- | | |
|--------|---|
| الأول | قوة الاحتكاك تناسب الضغط العمودي |
| الثاني | إنها تتعلق بجنس سطوح التماس |
| الثالث | إنها غير متعلقة بانتساع سطوح التماس |
| الرابع | إنها غير متعلقة بسرعة الحركة |
| الخامس | بالنسبة للأجسام العالبة للانضغاط فإنه بعد حصول التماس بمدة قليلة يكون الاحتكاك كبرا في مبدأ الحركة عن مدة الحركة وأما بالنسبة للأجسام الصلبة فيقطع النظر عن هذا الفرق بسبب أنه يكون صغيرا جدا |

تنبيهات

الأول - ولأن قوة الاحتكاك غير متعلقة بالسرعة لكن الشغل المبذول بالاحتكاك ليس كذلك لأنه إذا رمز للضغط العمودي بالرمز و ولسرعة الجسم بالرمز ع ولعامل الاحتكاك بالرمز و فإن مقدار شغل الاحتكاك في مدة ثانية يكون

$$\text{شغل الاحتكاك} = و \times ع \times و$$

ويفهم من ذلك أن شغل الاحتكاك متناسبا للسرعة

الثاني - القانون الرابع للاحتكاك لم يحققه المعلم موران إلا بالنسبة للسرع المحصورة بين صفر

واربعة امتداد في الثانية لكن قد ثبت من التجارب الأخيرة أنه متى وصلت السرعة الى $\frac{1}{2}$ متر في الثانية فإن الاحتكاك ينقص نقصا ظاهرا بمجرد ازدياد السرعة عن الحد المذكور

احتكاك الاصابع - اعلم ان احتكاك الاصابع على مساندها هو عين احتكاك السطوح المستوية على بعضها ومن المهم اعطاء الاصابع قطرا أصغر مما يمكن بحيث يكون مناسباً لصلابة الآلة لأنه اذا فرض ان ρ هو نصف قطر الأصبع وان ρ هو الضغط العمودي الذي يحدثه الأصبع على المسند وأن μ هو معامل الاحتكاك وان θ هو عدد الدورات في الدقيقة فتكون قوة الاحتكاك هي $\mu \rho \theta$ والمسافة المقطوعة في الثانية هي $\rho \theta$

والشغل المبذول بالاحتكاك الذي يترتب اليه بالرمز θ هو $\mu \rho \theta^2$ ومن ذلك ان الشغل العائد بالاحتكاك يزداد تبعا لنصف قطر الأصبع ويكون من المفيد حينئذ تقليل نصف القطر المذكور وانما يمكن تطويل الأصبع بدون حصول اذى ضرر حيث ان الاحتكاك غير متعلق باتساع سطوح التماس

الدهانات - قد ظهر من التجربة ان الاحتكاك ينقص نقصا عظيما باستعمال الدهانات الموافقة بين السطوح المتحركة فأن معامل احتكاك الحديد على الظفر الذي هو 0.3 ، ينخفض الى 0.03 باستعمال دهان الزيت المجدد بالاستمرار

ويفهم من ذلك حينئذ انه من الضروري دهان السطوح المتحركة وأن آلات التزييت او التشحيم هي من الأمور المهمة جدا

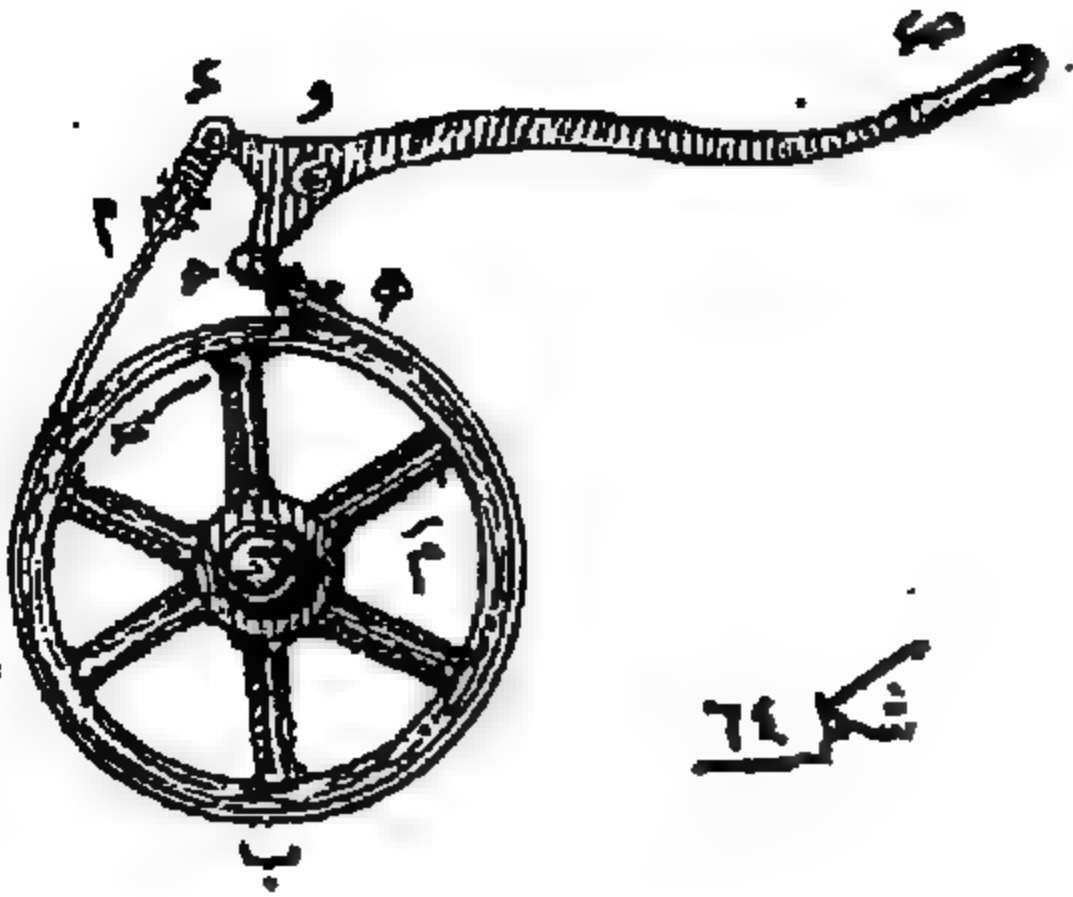
وأحسن الدهانات في جميع الأحوال هو الدهان السائل الذي لا يندفع الى الخارج في الأحوال المستعلى فيها

فالدهان يكون دهانا جيدا اذا أمكن حفظه بين السطوح المتحركة والماء يكون افضل من الزيت ان لم يكن سريع الا تقذاف بالسهولة وقد يستعمل الماء بكثرة لمنع تسخين القطع بالاحتكاك وفي هذه الحالة يفضل استعمال ماء الصابون

تطبيقات الاحتكاك

ولو أن الاحتكاك مقاومة ثانوية يتقلع عادة بلا فائدة جزا من الشغل المحرك الا أنه مفيد في كثير من الأحوال فأنه لولا الاحتكاك لما أمكن سير الآدى والحيوانات ووابورات السكك الحديدية على الأرض وعلى القضبان وما أمكن تثبيت المسامير المعتادة والمسامير البرصة في الاحكام الناعمة وما أمكن ثبات مسوار الحركة على طنابرها وما أمكن ثبات المستويات المائلة بميل قليل وهكذا فالاحتكاك هو السبب في ابطاء سير العربات بواسطة الفواصل التي هي عبارة عن قطع من الخشب يمكن زلقها على العجل بواسطة رافعة ذات برصة فتفي بعض الآلات وعلى الخصوص في العيارات الجسيمة (أي الرشاشات) فتستعمل فرملة ذات شريط شكله لمنع الأحمال من التزول بسرعة عظيمة

وهي عبارة عن شريط معدني $اب$ مرتبط برافعة على شكل مخصوص $ك$ و $و$ تسمح بزئق الشريط المذكور لبسدة على عيط طارة $م$ م



شكل ٦٩

الفرملة الدينامومترية للعلم بروفي - قد استعمل المعلم بروفي الاحتكاك بفائدة عظيمة لتقدير شغل محور الحركة في الآلات المستعملة لإدارة ورشة بواسطة الآلة مخصوصة منسوبة له عبارة عن فرملة وهي تتركب كما في شكله من قضيب $ك ب$ و معلق في نهايته كفة $هـ$ وهذا القضيب مثبت على محور الحركة $ا$ بواسطة طوق من الخشب $و ي ف$ الذي يمكن زئقه على المحور المذكور بالاختيار بواسطة الصامولتين $ف ا$ و بواسطة المائتين $هـ ا$ يمكن منع الرافعة $ب د$ من الدوران مع محور الحركة. فلتقدير الشغل بواسطة الآلة المذكورة يمنع انصاف الآلة المحركة بجميع آلات الورشة (أي المكائن) وزئق الطوق $و ي ف$ تدريجيا إلى أن تكون سرعة محور الحركة مساوية لسرعة حالة الانتظام ثم يوضع بعد ذلك في الكفة $هـ$ ا ثقال إلى أن تصير الرافعة أفقية رحيطة فيكون الاحتكاك متساويا للشغل الذي كان يلزم أن يؤديه محور الحركة لمكائن الورشة وعلى هذا إذا مضى لقوة الاحتكاك بالرمز $و$ ونصف قطر محور الحركة بالرمز $ل$ ولعدد الدورات في الثانية بالرمز $ش$ فيكون شغل الاحتكاك مبينا بالمعادلة الآتية

$$ش و = و ل ط ل$$

وحيث أن الرافعة أفقية فيكون الثقل $ث$ الموضوع في الكفة متزام مع قوة الاحتكاك وحيث إذا مضى لطول ذراع الرافعة بالرمز $ل$ يكون

$$و ل ط ل = ث ل$$

$$ش و = ث ل ط ل$$

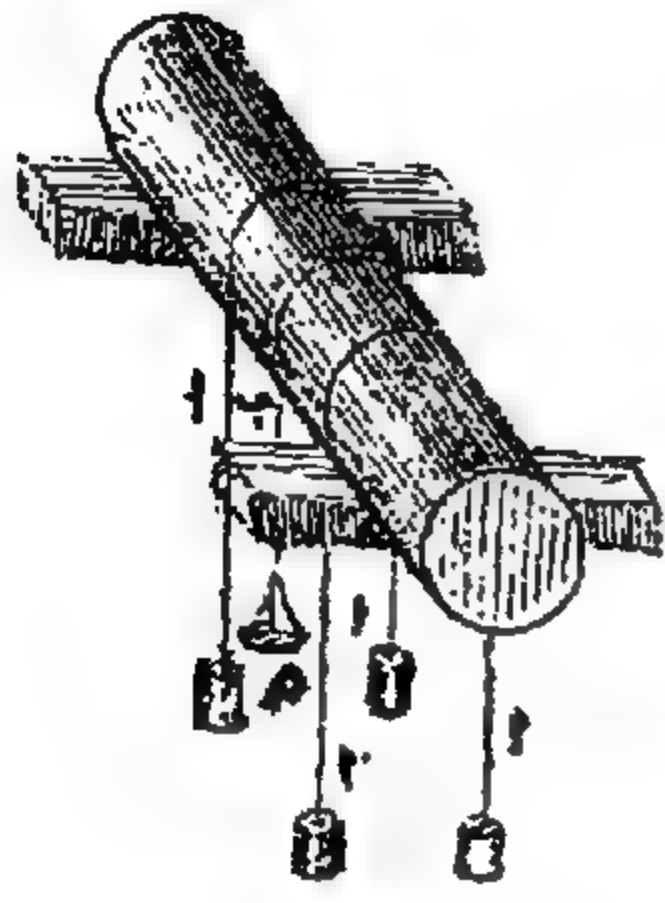
وحيث أن جميع المكائن الداخلة في الطرف الثاني يمكن تقديرها بالضبط فيتعين مقدار شغل الاحتكاك أي شغل محور الحركة بالضبط كذلك

ولأجل قطع النظر عن ثقل الفرملة في أثناء العمل بها يوضع في طرفها $ب$ ثقل اتزان بحيث أن الرافعة تكون أفقية متساوية بالتأثير بالتساقل فقط والآن يلزم أن يعلق القضيب من نقطة $و$ في دينامومتر قبل زئق الفرملة على المحور ويقدر الشغل الذي إذا وضع في الكفة $هـ$ يحدث تأثيرا مساويا للتأثير

الناتج من ثقل الزملة ثم يضاف الثقل المقدّر المذكور الى الحمل الذي يوضع في الكفة هـ
مقاومة الاحتكاك في التدرج

قد ظهر من التجربة أنه لاجل تدرج اسطوانة على سطح مستو افقي يبرز وجود قوة معينة ويلزم أيضا
قوة لمفظ انتظام الحركة. وحينئذ فالسطح المذكور يحدث مقاومة للتدرج تسمى بالاحتكاك التدرج
أو بالاحتكاك من النوع الثاني

الممارسة التجريبية لاحتكاك التدرج - قد عملت هذه التجربة بوضع اسطوانة أو درفيل على دأرتين
موضوعتين في استواء واحد افقي بالضبط شكل ٦٦ وهذا الدرفيل
يمكن تحميله بانتقال متساوية معلقة في نهايات أحبال موضوعة عليه
حتى يصير نقله كبيرا ثم يحصل تحريك الدرفيل المذكور بوضع اثنان في
الكفة هـ المعلقة في الحبل بـ الملتف على الاسطوانة بجملة لغات
وقد ظهر من تلك التجربة ما ياتي



شكل ٦٦

قوانين احتكاك التدرج - أولا ان المقاومة للتدرج مناسبة
للحمل وثانيا مناسبة عكسا لقطر الاسطوانة أو الدرفيل
وحيث ان الارض بالوزن ك للمقاومة للتدرج وبالوزن د للمعامل

احتكاك التدرج وبالوزن ح للحمل وبالوزن ب لقطر الدرفيل يكون
$$C = \frac{D}{B} H$$

وقد ظهر ان معاملات الاحتكاك في التدرج اصغر بكثير من معاملات الاحتكاك في الانزلاق وحينئذ
عندما يراد تعويض الانزلاق بالتدرج تستعمل الدرافيل لتريك الانتقال عوضا عن زلقها على الأرض
وتستويض الصناديق المجرورة على قاعها بعربات ليستفاض الاحتكاك الانزلاقي للصندوق بالاحتكاك
تدرج على العجل على الأرض واحتكاك انزلاقي للمحاور في عجلها وهكذا

(تنبيه) - في حالة التدرج كما في حالة الانزلاق يكون الاحتكاك في مدة الحركة أقل من الاحتكاك
في مبدأ الحركة ويجرد حصول الحركة فان معامل الاحتكاك في مبدأ الحركة ينقص
دفعه واحدة لاجل ان يكون مقداره مساويا لمقدار الاحتكاك في مدة الحركة وهالك
جدولين مستثنين على معاملات الاحتكاك

٧١
معاملات الاحتكاك

الاحتكاك في الانزلاق					حالة السطوح المتحركة	جنس السطوح المتحركة
في مدة الحركة	في بداية الحركة	معدل الاحتكاك	زاوية الاحتكاك	معدل الاحتكاك		
٤٩ ٥٥	٤٨ ٥١	٠.٤٨	٠.٤٨	٠.٦٤	بدون دهان	بلوط على بلوط
١٤ ١٤	٢٥ ٢٥	٠.٢٥	٠.٢٥	٠.٧١	منديان بالماء	شرح
٩ ٠.٦	٢٤ ٢٥	٠.١٦	٠.٢٤	٠.٤٩	الدهان بالصابون الجاف	شرح
٩ ٢٥	١٠ ٢٦	٠.٠٧	٠.١٠	٠.١٩	الدهان بالشحم	شرح
٤١ ٤٨	٤١ ٤٨	٠.٦٤	٠.٤٨	٠.٦٤	بدون دهان	حديد على بلوط
١٤ ٢٥	٢٤ ٢٥	٠.٢٦	٠.٢٤	٠.٦٥	منديان بالماء	شرح
٩ ٤٠	٠.٦ ٥١	٠.٠٨	٠.٠٦	٠.١٤	الدهان بالشحم	شرح
٤٩ ١٥	٤٩ ١٥	٠.٥٦	٠.٤٩	٠.٤٨	بدون دهان	سير من الجلد على بكره من الزهر
١٩ ٤٨	٢٠ ٤٩	٠.٢٦	٠.٢٠	٠.٤٨	منديان بالماء	شرح
١١ ١٩	١٠ ٢٦	٠.٢٠	٠.١٠	٠.١٩	بدون دهان	معادن على معادن
٩ ٥٠	٦ ٠٠	٠.٠٩	٠.٠٦	٠.١٠	الدهان بشحم الخنزير	شرح
٩ ٢٥	٦ ٥١	٠.٠٧	٠.٠٦	٠.١٤	الدهان بزيت الزيتون	شرح

احتكاك الاصابع على مساند لها		الاحتكاك في التدحرج	
السطوح المتحركة	حالة السطوح المتحركة	تدحرج العوامات التي لا تحملها من حديد على جسر أفقية	معدل الاحتكاك
زهر على زهر	دهان دسم	الحجر مبلط حديد	٠.٦٤
شرح	الدهان بالزيت أو بشحم الخنزير	حالة صيانة الحجر اعتيادية	٠.١٩
زهر على طوج	بدون دهان	الحجر مبلط وحالة الصيانة اعتيادية	٠.٢٤
شرح	الدهان بالزيت أو بشحم الخنزير	الحجر مبلط وحالة الصيانة جيدة جدا	٠.١٥
حديد على طوج	دهان دسم قليلا	سلح الحجر مكون من مدادات من البلوط الخام	٠.١٠
شرح	دهان دسم ومنديان بالماء	التدحرج على اشرطة مبططة من الحديد	٠.٢٥
شرح	الدهان بشحم الخنزير العتيق	التدحرج على قضبان من الحديد	٠.١٤
شرح	الدهان بالزيت أو بشحم الخنزير		٠.٠٧
شرح	الدهان بالزيت المتجدد باستمرار		٠.٠٤

يكون $\epsilon = \text{طا} \text{ أ} = 194$.

وإذا قطع النظر عن الاحتكاك يحصل على الارتباطات السابقة في الاستاتيكا
وثانيا إذا كان الجسم متأثرا بقوى مختلفة خلاف المتأثر فلاجل أن الجسم المذكور يتبع اتجاه المستقيم
الاعظم ميلا في هذه الحالة يلزم أن محصلة القوى الأخرى توجد في مستو رأسى مار بالمستقيم المذكور
وحيث إذا فرض كما في شكل ٢٧ أن ϵ هي محصلة القوى المؤثرة على الجسم خلاف ثقله وأن θ هو
ثقل الجسم المذكور وأن ϕ هي الزاوية التي تصنعها القوة ϵ مع المستقيم الاعظم ميلا للمستوى
وأن α هي زاوية ميل المستوى على الأفق يحل كل من القوتين θ و ϵ إلى قوتين أخرتين أحدهما موازية
للمستوى المائل والأخرى عمودية عليه وحيث محصلة القوتين الموازيين للمستوى المائل تكون هي القوة
للمحركة وهذه المحصلة من بعد ملاحظة أن المركبتين يؤثران في جهتين متضادتين بناء على شكل ٢٧ السابق
يكون مقدارهما مساويا إلى

ث ح أ - ϵ ح أ (٢)

ومحصلة المركبتين العموديتين على المستوى المذكور تكون هي الضغط الواقع بين السطحين المتحركين ويتولد
عنها الاحتكاك وهذه المحصلة من بعد ملاحظة أن المركبتين المذكورتين يؤثران في جهتين متضادتين
تكون مساوية إلى

ث ح أ - ϵ ح أ (٣)

وهو مقدار يجب أن يكون دائما موجبا كي يتحرك الجسم المفروض على المستوى المذكور باحتكاك
وإذا كان المقدار المذكور معدوما يتحرك الجسم المذكور بالتوازي للمستوى المائل بدون احتكاك
وإذا كان ذلك المقدار سالبا فإن الجسم يتباعد عن المستوى السالف ذكره
وحيث أن المقدار السابق هو مقدار الضغط العمودي الواقع بين السطحين المتحركين فيكون مقدار
الاحتكاك هو

د (ث ح أ - ϵ ح أ)

وحيث أن الاحتكاك يؤثر دائما في الجهة المضادة للحركة فيخرج من ذلك أنه متى كان $\theta > \epsilon$ ح أ
أعني متى كان المقدار (٢) موجبا فإنه إذا تحرك الجسم يظل على المستوى المائل ويتحرك عليه كما إذا
كان مطلقا بالكلية وغير متأثر إلا بالمحصلة الوحيدة

ث ح أ - ϵ ح أ - د (ث ح أ - ϵ ح أ)

وكذا يقال كما في الحالة الأولى أن الجسم يتحرك أو يصير في توازن غير شاذ أو في توازن شاذ
على حسب ما تكون تلك المحصلة موجبة أو معدومة أو سالبة على التناظر
وإذا كان $\theta > \epsilon$ ح أ أعني متى كان مقدار (٢) سالبا فإنه إذا تحرك الجسم يصعد
على المستوى المائل المذكور ويتحرك عليه كما إذا كان متأثرا بالقوة الوحيدة

ك حاء - ث حاء - د (ث حاء - ك حاء)

وكا في الحالة السابقة فإن لجسم يتحرك صاعداً على المستوى أو يصير في توازن غير شباتي أو في توازن شباتي على حسب ما تكون تلك المحصلة موجبه أو معدومة أو سالبة على التناظر ومهما كان اتجاه القوة ك حول نقطة م أعني مهما كان مقدار زاوية م فتعين شروط الحركة أو التوازن كما ذكر

فإذا أثرت القوة ك على بين ح ع فإن ارتباط (ع) يبقى بعينه وأما إذا أثرت على يار ح ع المذكور فركبتها ك حاء تنضم على المركبة ث حاء ويؤول الارتباط المذكور إلى

$$\text{ث حاء} + \text{ك حاء}$$

، هي دائماً أصغر الزوايا التي تكونها القوة ك مع المستوى المذكور وإذا أثرت القوة ك أعلى المستوى فإن ارتباط (س) يبقى بعينه وإذا أثرت أسفله فإن المركبة ك حاء تنضم على ث حاء ويؤول ارتباط (س) المذكور إلى

$$\text{ث حاء} + \text{ك حاء}$$

حركة جسم منزلق على مستوى مائل - حيث أنه بناء على ما ذكر يمكن أن نؤول جميع القوى الثابتة المؤثرة على المتحرك إلى قوة واحدة ثابتة موجهة في اتجاه المستقيم الأعظم ميله للمستوى فالمتحرك يتحرك في اتجاه ذلك المستقيم بحركة منتظمة البهجة وحينئذ إذا قسمت القوة الوحيدة د المؤثرة على المتحرك على الجسم م = ث للمتحرك المذكور فإنه يحصل على البهجة و بناء على ما تقدّر ومتى علمت تلك البهجة فإنه يمكن معرفة مقدار السرعة المكتسبة في نهاية الزمن نر وهو وزن ثم المسافة ه المقطوعة في نهاية الزمن المذكور وهي ب و نر

وإذا فرض أن ه = ٢ كيلوجراما ، ث = ١٠٠ كيلوجراما ، نر = ١٠ فإنه يكون

$$\text{م} = \frac{\text{ث}}{\text{ه}} = \frac{100}{2} = 50 \text{ كيلوجراما} = 10 \text{ كيلوجراما} = 10 \text{ كيلوجراما}$$

$$\text{و} = \frac{\text{ث}}{\text{م}} = \frac{100}{50} = 2 \text{ كيلوجراما} = 1.96 \text{ كيلوجراما}$$

$$\text{ع} = \text{وزن} = 10 \times 1.96 = 19.6 \text{ كيلوجراما}$$

$$\text{د} = \text{ب و نر} = \frac{100 \times 1.96}{9.8} = 20 \text{ كيلوجراما}$$

المتحرك على مستوى مائل أملس - إذا فرض أن المتحرك ليس متأثراً إلا بثقله الخاص وينزلق بدون احتكاك على المستوى المائل يقال -

أنه في هذه الحالة حيث أن القوة الوحيدة التي تحدث الحركة هي عبارة عن المركبة ث حاء للشقل ث بالتوازن للمستوى فيجعله المتحرك تكون بناء على ما تقدّر هي

$$\text{و} = \frac{\text{ث حاء}}{\text{م}} = \frac{\text{ث حاء}}{\text{م}} = \text{ث حاء} = \text{ث حاء}$$

وحينئذ فالسرعة المكتسبة في نهاية الزمن z تكون هي

$$c = \frac{1}{2} \times 1 \times z \dots \dots \dots (1)$$

ثم ان المسافة المقطوعة في نهاية الزمن z المذكور تكون هي

$$h = \frac{1}{2} \times 1 \times z^2 \dots \dots \dots (2)$$

فاذا كان h عبارة عن الطول الكلي l للمستوى وكان z هو الزمن الذي فيه يتزل المتحرك من رأس المستوى المذكور لغاية نهايته السفلى h فانه يكون

$$l = \frac{1}{2} \times 1 \times z^2 \dots \dots \dots (3)$$

$$z = \sqrt{\frac{2l}{1}} \dots \dots \dots (3)$$

واذا وضع مقدار z هذا عوضا عنه في معادلة السرعة فانه يحدث

$$c = \frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{\frac{2l}{1}} = \sqrt{l}$$

وبمالاحظة ان l عبارة عن الارتفاع h للمستوى المائل يكون

$$c = \sqrt{h}$$

وحينئذ فالسرعة التي يكتبها المتحرك عند مجيئه في نهاية المستوى من أسفل تكون مساوية للسرعة

التي يكتبها عند سقوطه رأسيا من الارتفاع h بتأثير الثقالة فقط

وما قيل على الطول الكلي للمستوى المائل يمكن ان يقال على جزء حيثما اتفق l من طوله وعليه فاذا

قطع المتحرك الطول l يكون

$$c = \sqrt{h}$$

اعني انه متى قطع المتحرك مسافة حيثما اتفق على طول المستوى المائل فانه يكتب سرعة قدرها c

مساوية للسرعة التي يكتبها لو سقط بالحرية من الارتفاع الرأسى h الذي تزل منه على المستوى

المائل المذكور

وجب ان مقدار السرعة c غير متعلق بمقدار طول المستوى l فيعلم من ذلك حينئذ ان الحركات

التي تخرج جميعا بدون سرعة ابتداء من نقطة واحدة يكون لها سرعة واحدة عند مجيئها في مستوى

واحد افقى مهما كانت ميول المستويات التي تتحرك عليها تلك الحركات

وان كانت السرعة المكتسبة غير متعلقة بميل المستوى ولا بطوله لكن الزمن الذي تستغرقه

تلك الحركات لوصولها الى المستوى الافقى السالف ذكره ليس كذلك كما يتضح ذلك من قانون (٣)

واذا كان للمتحرك سرعة ابتدائية v ومنها c فذلك السرعة تدخل في قانوني (١) (٢) مثل القوانين

العمومية السابقة ويحصل حينئذ بناء على القانونين الجديدين (١) (٢) (٣) على مقدار السرعة

المكتسبة بعد مسافة حيثما اتفق l كما تقدر

تنبيه - حيث ان مدع التزول على مستوى مائل هو

47

أَتَا مَا أَوْ، أَهْأ... (شكل ١٨) كرة أولاد أمة المتني

التفق ب من محيط الدائرة عمود ب ك على قطر آ آ = ٢٠

فأما حديث

ن = ۵، ۴، ۳، ۲، ۱ و منها بحدیث $\frac{1}{r} = \frac{1}{n}$

وهوكية ثابتة وهو المخلوب

مسئله - المعلوم مستوى مثل ΔABC (شکل 79) والمطلوب

تعيين ميل المستوى الذي يقطعه المحرك الخارج من نقطة ٢ بدون

سرعة ابتدائية ويأتي في مستوى دء في زمن اصغر مما يمكن

لذلك ينبغي تعيين المستقيم الأعظم ميلا للمستوى المطلوب ولإجل

ذلك عند المستقيم الرأسى α وننقل العمود α على β الى

فالمستقيم ac المصنف لزاوية b ac يكون هو المستقيم

الأعظم ميلا المطلوب

لأنه إذا مدح و موازيا للستيم او أعني عمودا على د، ثم جعلت نقطة و مركزا ونصف قطر

و ۱ و رسم نصف محیط دائرة قائمه بر بنقطه ۲ حیث ان کلا من الزاويتين ۲۱ و ۲۲ و تساوی

لزاوية ٢١٠° وبناء عليه فيكون المثلث ٢١٠° و متساوي الساقين أعني يكون $\angle C = ٢٠^\circ$

إذا تقدر هذا لجميع الاوتار الممتدة من نقطة ٢ في نصف المحيط المذكور يقطعها المحرك في زمن مساو

للمن المستعمل لتطعيم الوقت ٩١ بناء على التنبه السابق ولكن حيث ان المستوى دء مما س نصف المحيط

السالف ذكره في نقطة و فكل نقطة أخرى خارج نقطة و تكون خارجة عنه وبناء عليه

فالمحرك لا يمكنه ان يصل الى النقطة الخارجة عن نصف المحيط المذكور الا في ازمة اكبر من الزمن

الذي يستعمله لقطع الوتر ٤١ وهو المطلوب

في مقاومة الأوباس

اعلم ان الجسم الذي يتحرك في الماء مثلاً يكابد مقاومة من قبل الوسط المتنقل فيه وحينئذ فيصرف من

الشغل المحرك ما يلزم لتحريك عناصر الوسط المذكور

ومقاومة الأواسط تختلف عن الاحتكاك حيث انها تزداد تبعاً للسرعة والانتشاع الجسم المتحرك وهي

مناسبة الى ما يأتي

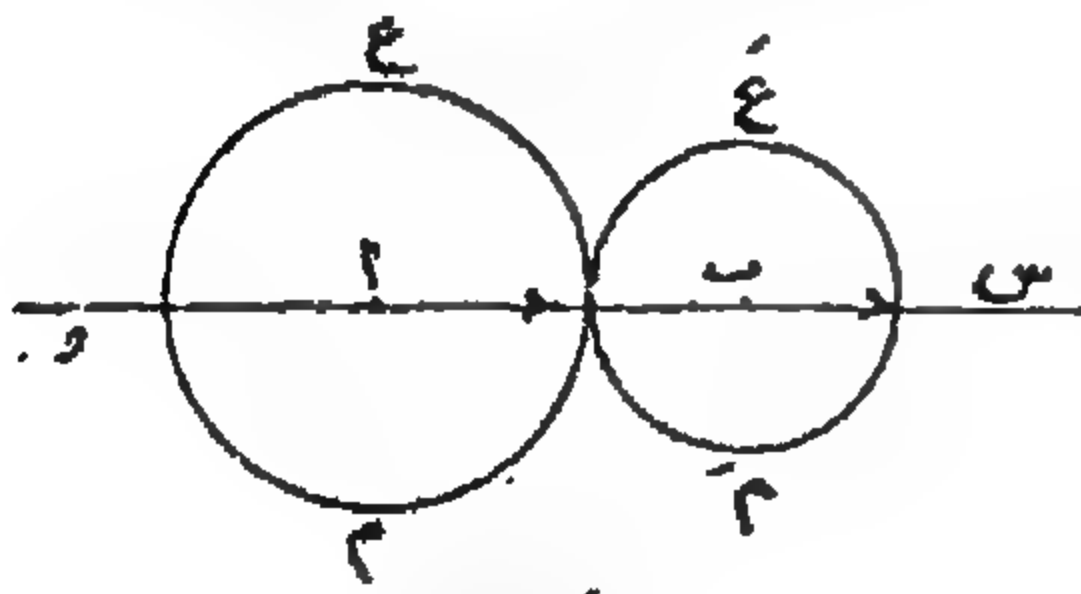
أولاً إلى كثافة المائع
وثانياً إلى القطاع الأكبر للجسم المأخوذ عمودياً على اتجاه الحركة
وثالثاً إلى مربع السرعة

وقد يتفهم بمقاومة الاواسط في الطبيعة فإنه لولا مقاومة الهواء لما طارت الطيور في الجو ولما
استطاعت اصوات دقات الساعات الدقاقة وسرعة اسطوانة جبار زمران السابق الكلام عليه
فيما تقدر ولولا مقاومة الماء لما أمكن عوم السك والمراكب في البحار وهكذا

في التصادم

عند البحث في تأثيرات التصادم نفرض أن الأجسام المتصادمة كروية الشكل وتامة الملامسة
ومتجانسة بحيث تكون مراكز ثقلها منطبقة على مركزها الهندسية
معامل المرونة - اعلم أن جميع الأجسام المعلومة لنا قابلة للانضغاط كثيراً أو قليلاً وتميل بدرجات
مختلفة للرجوع إلى شكلها الأصلي متى زالت القوى المضاعطة عليها وهذه الخاصية هي المسماة بالمرونة
والقوة الداخلية التي يبذلها أي جسم ليعود إلى شكله الأصلي تسمى قوة الرد أي رد الفعل
وقد علم من التجربة أن نسبة قوة رد الفعل إلى قوة الضغط نفسها تكون ثابتة بالنسبة للمادة الواحدة
مهما كانت مقادير قوى الضغط إلا أنها تختلف باختلاف المواد وهذه النسبة يمكن اعتبارها مقياساً
لمرونة المادة ولذا تسمى غالباً بمعامل المرونة

وهذا المعامل لا يمكن في حال من الأحوال أن يكون أكبر من الواحد والمواد التي فيها المعامل المذكور
سواء للواحد تسمى اجساماً تامة المرونة والاجسام الأخرى تسمى غير تامة المرونة وكلما كانت
معامل المرونة أكبر كان الجسم المطابق له أكثر مرونة ويمكن أن يقال أنه لا يوجد جسم تام المرونة
مطلقاً ففي الكرات الصلب يكون معامل المرونة $\frac{1}{3}$ وفي الكرة الزجاج يكون المعامل المذكور $\frac{1}{10}$



شكل ٧

تعريف - الخط الواصل بين مركز الكرات المتصادمة في
لحظة التصادم يسمى خط التصادم ويسمى التصادم مستقيماً حينما تكون
المراكز متحركة في اتجاه خط التصادم وفي الأحوال الأخرى يسمى التصادم مائلاً
فإذا صدمت كرة مثل ١ كرة أخرى مثل ٢ شكل ٧
تصادمهما مستقيماً فإن تأثير الضغط المشترك بينهما ينشأ عنه

زيادة سرعة كرة ب ونقص سرعة كرة ١ إلى أن تتساوى السرعتان وحينئذ ينعدم الضغط المشترك بينهما
فإذا كانت الكرتان غير مرنتين فإنهما تتحركان بانتظام بالسرعة التي وصلتا إليها بعد التصادم
ورشد هذا الضغط المشترك تغير في أثناء الزمن الصغير الذي تضغط فيه الكرتان بعضها بعضاً
إلا أنه بالنسبة لتأثيره الذي ينشأ عنه كمية التحرك يعتبر له مقدار متوسط ثابت
ويمكن تقدير مقدار التصادم بكمية التحرك س التي يكتسبها أحد الجسمين ب ويفقدها الآخر ٢

مع ملاحظة ان هذين التأثيرين على الكرتين المذكورتين يكونان متساويين في المقدار ومختلفين في الجهة

فاذا كانت الكرتان مرتين فان الضغط المشترك بينهما يستمر زمنا بعد تساوى سرعتها بسبب ميلها للرجوع الى شكلها الاصيلين وكمية التحرك التي تكتسبها احد الكرتين وتفقدتها الاخرى بعد ذلك التي نرمز اليها بالرمز s تكون نسبتها الى كمية التحرك s لحادثة في المدة الاولى من التصادم كنسبة (١ : ١) وهذه النسبة تتعلق بمرونة مادتي الكرتين اعني ان s رمزها مل المرونة وعليه يكون

وحينئذ جميع كميات التحرك التي تكتسبها الكرة b وتفقدتها الكرة a تكون مساوية الى

$$s + s' = s'' + s''' \quad (١)$$

ولا يخفى ان الزمن الحاصلة فيه حادثة التصادم صغير جدا لا يمكن تقديره الا ان الايضاح الذي ذكرناه كاف لتصوره وارتقاء الفكر الى فهم معنى ان التصادم يحصل في زمن صغير جدا التصادم المستقيم - اذا كانت كرتان غير مرتين متحركتين بسرعتين معينتين وتصادمتا تصادما مستقيما واريد إيجاد سرعة كل منهما بعد التصادم يقال

نفرض ان e و a هما سرعتا الكرتين a و b (شكل ٧) على التناظر قبل التصادم وان حركتهما حاصلتان في الاتجاهين المبينين بالسهمين

وحيث كانت الكرتان غير مرتين فانها يتحركان في جهة واحدة بعد التصادم بسرعة مشتركة نرمزها e فاذا نرمز بالرمز s لكمية التحرك التي تفقدتها الكرة a وتكتسبها الكرة b في مدة التصادم ورمزنا ايضا للجسمي الكرتين a و b بالرمزين m و m' على التناظر يكون تحرك الكرة a بعد التصادم = كمية تحركها قبل التصادم ناقصا s اعني يكون

$$m e = m e' - s \quad (١) \quad \text{وبالمثل يكون}$$

$$m' e = m' e' + s \quad (٢) \quad \text{وبالجمع يحدث}$$

$$m e + m' e = m e' + m' e' + s \quad (٣) \quad \text{ومنها يحدث}$$

$$e = \frac{m e' + m' e' + s}{m + m'} \quad (٤)$$

واذا اوضع عوضا عن e مقدارها في معادلة (١) وهي

$$s = m (e - e') \quad \text{يحدث}$$

$$s = m \left(\frac{m e' + m' e' + s}{m + m'} - e' \right) = \frac{m (e' - e) m'}{m + m'} \quad (٥)$$

فن معادلة (٤) تتعين السرعة المشتركة e لكل من الكرتين بعد التصادم ومن معادلة (٥) تتعين كمية التحرك s التي تكتسبها الكرة b وتفقدتها الكرة a

ويستج من ذلك اولا انه من معادلة (٣) يرى ان مجموع كميتي تحرك الكرتين بعد التصادم مساو لمجموع كميتي

كميتي الحرك قبل التصادم

وثانيا بناء على معادلات (١)، (٢)، (٣) يمكن ان يوضع

$$\frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 v_1' + m_2 v_2'}{m_1 + m_2}$$

والسرعة التي تكتسبها

$$v_1' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

وهذا الوضع مفيد احيانا

تنبيه - اذا كانت كرة ب متحركة في جهة مضادة لجهة حركة ١ قبل التصادم فإنه يلزم تغيير اشارة ع في المعادلات السابقة وبعبارة اخرى يمكن اعتبار ع ١ ع ٢ سرعة ١ ب جبريا على التناظر وتعتبر اشارتها في كل حالة من الأحوال حسب اتجاه الحرك الحقيقي ويجب ملاحظة ذلك فيما سياتي

وثالثا اذا تصادمت الكرة ١ مع الكرة ب وهي ساكنة فيمكن ان يوضع في المعادلات السابقة ع = ٠ فاذا كانت الكرتان ١ ب المذكورتان (شكل ٧) غير تامتى المرونة واريدها سرعة كل منهما بعد التصادم يقال

نفرض ان ع ١ ع ٢ سرعتا ١ قبل التصادم وبعد وان ع ١ ع ٢ سرعتا ١ قبل التصادم وبعد أيضا ونفرض ان الكرة ١ هي التي تصدر حركة ب ونرمز بالرمز س لكمية الحرك التي تفقدها الأولى وتكتسبها الثانية في المدة الأولى من التصادم أي قبل تساوي سرعتي الكرتين بسبب الانضغاط ثم نرمز بالرمز س لكمية الحرك الناتجة من رد الفعل بعد تساوي سرعتي الكرتين الذي يحدث انفصال الكرتين المذكورتين عن بعضهما

ويستد من بعد ملاحظة ان معامل المرونة هو ١ فهو يجب ما تقدم يكون

$$S = 0 \text{ و } S = 0$$

س + س = س (١ + ١) س هو كمية الحرك الكلية التي تفقدها ١ وتكتسبها ب ويستد يكون

$$\begin{cases} m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \\ m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \end{cases} \dots (١)$$

وحيث ان س هي كمية الحرك الناتجة من تضاعف الكرتين قبل ابتداء قوة مرونتهما في التأثير فيكون مقدارها كما لو كانت الكرتان غير مرتبتين ويستد بموجب ما تقدم يكون

$$S = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

واذا وضع عوضا عن س مقدارها في معادلتى (١) يحدث

$$\begin{cases} \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} - e = \frac{m_1 v_1' + m_2 v_2'}{m_1 + m_2} - e \\ \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} + e = \frac{m_1 v_1' + m_2 v_2'}{m_1 + m_2} + e \end{cases} \dots (٢)$$

ومن هاتين المعادلتين يمكن تعيين سرعتي u و v بعد التصادم
وسيج من ذلك أولا أنه يجمع معادلتى (١) الى بعضهما طرفا بطرف يحدث

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

اعني ان مجموع كمية التحرك بعد التصادم لا يتغير بتأثير التصادم
وثانيا يمكن وضع معادلتى (٢) بالصورة الآتية

$$(3) \dots \dots \dots \begin{cases} \text{السرعة التي تفقدها } 1 = u_1 - u_2 = \frac{m_2 (u_2 - u_1)}{m_1 + m_2} \\ \text{والسرعة التي تكتسبها } 2 = v_2 - v_1 = \frac{m_1 (u_1 - u_2)}{m_1 + m_2} \end{cases}$$

وكذا بطرح معادلتى (٢) من بعضهما يحدث

$$u_1 - v_1 = u_2 - v_2 \quad (4) \dots \dots \dots [4]$$

ومن هذه المعادلة يكون

$$\frac{u_1 - v_1}{u_2 - v_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

اعني ان النسبة بين سرعتي النسبتين للكرتين بعد التصادم وقبله كالنسبة بين معامل المرونة والوحدة
وثالثا اذا صدمت الكرة 1 وهي ساكنة فيكون ان يوضع في المعادلات السابقة $u_1 = 0$.

وقد حل مسألة التصادم المستقيم المذكور لكرتين غير تامقي المرونة على اعتبار اولا أن مجموع كمية التحرك
بعد التصادم وقبل التصادم واحد وذلك بناء على ان الفعل ورد الفعل متساويان في المقدار ومختلفان
في الجهة

وثانيا ان النسبة بين سرعتي النسبتين للكرتين بعد التصادم وقبله ثابتة وهي كسبة e :

e هو معامل المرونة وذلك بناء على ما حققته التجربة

فعلى هذين الاعتبارين واتباع الرموز السابقة يكون

$$\begin{cases} m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ u_1 - u_2 = e(v_2 - v_1) \end{cases}$$

ومن هاتين المعادلتين نحصل معادلتا (٥) السابقة أو نحصل على مقدارى v_1 و v_2 كما هو آت

$$\begin{cases} v_1 = \frac{m_2 (1+e) u_2 + m_1 (1-e) u_1}{m_1 + m_2} \\ v_2 = \frac{m_1 (1+e) u_1 + m_2 (1-e) u_2}{m_1 + m_2} \end{cases}$$

تنبيه - الأصعب اتباع حل المسألة المذكورة بالطريقة السابقة التي وجدت بحسب المعادلات

(١)، (٢)، (٣)، (٤) حيث انها مبنية على قواعد سهلة الفهم وبسيطة

التصادم المائل - اذا كانت كرتان نا همتان غير تامقي المرونة متحركتين في مستوي واحد بسرعتين

معيتين وفي اتجاهين معينين وتصادمتا تصار ما مائلا و اريد إيجاد حركة كل منهما بعد التصادم يقال

نفرض

نلاحظ هنا الحالة المهمة الآتية وهي
انه اذا صدمت كرة ١ بالميل كرة ٢ الساكنة والكبيرة جدا يكون

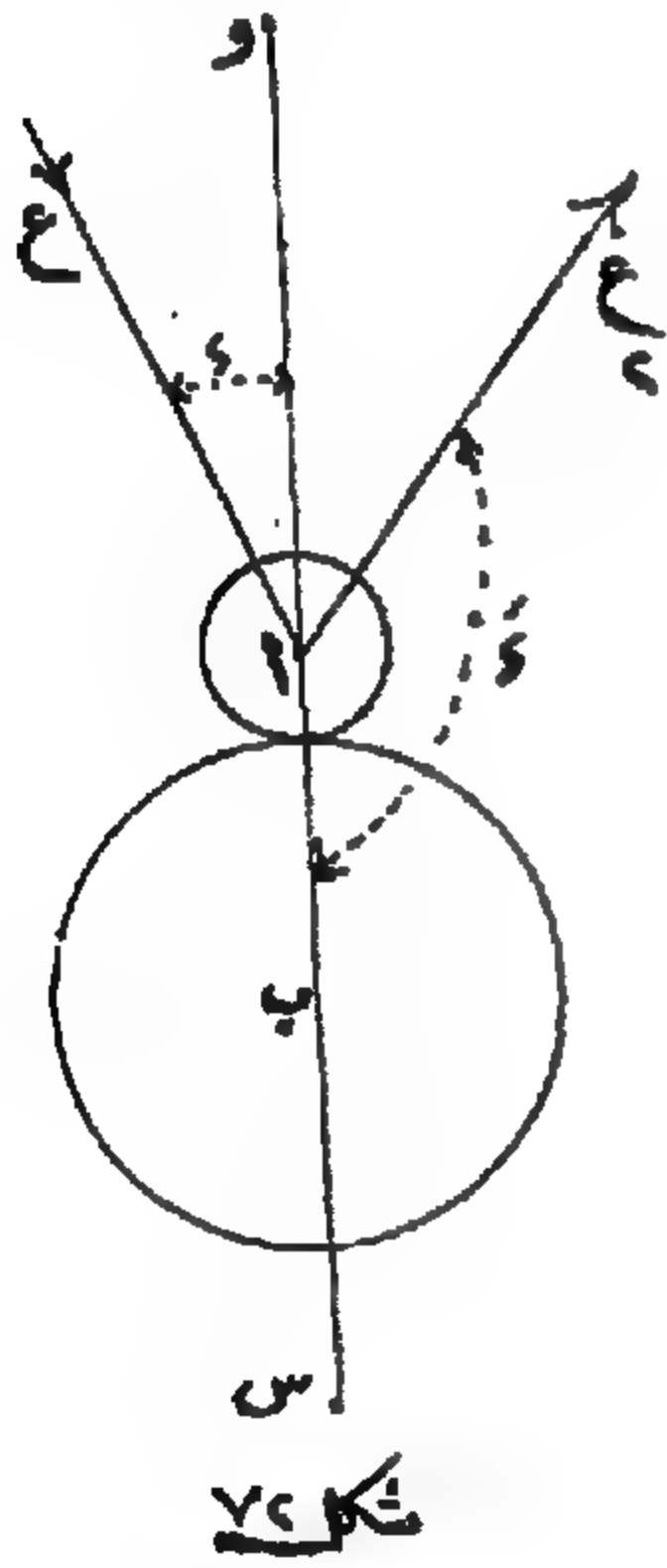
$$ع = ع_0 = \frac{م}{م+م} = 0 \quad \text{تقريبا ويكون}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} ع_1 = ع_0 = ع_2 \\ ع_3 = ع_4 = ع_5 \end{array} \right. \quad \text{ومن هاتين المعادلتين تخرج ع ١ و ٢}$$

ويرى من ذلك ان كمية التحرك التي نقلت الى ب غير محسوسة وحيث ان طاء = - ي طاء
فيلزم ان يكون $ق < ٠$

وحينئذ فكرة ٢ تنعكس بعد التصادم كما في شكل ٧٤

وحالة تصادم كرة بمستويات هي حالة من هذا القبيل وكذلك اذا صدمت الأرض كرة فمن حيث
ان جسم الأرض كبيرا جدا بالنسبة لجسم الكرة فان كمية التحرك التي تكسبها الأرض من الكرة المذكورة
تكون غير محسوسة

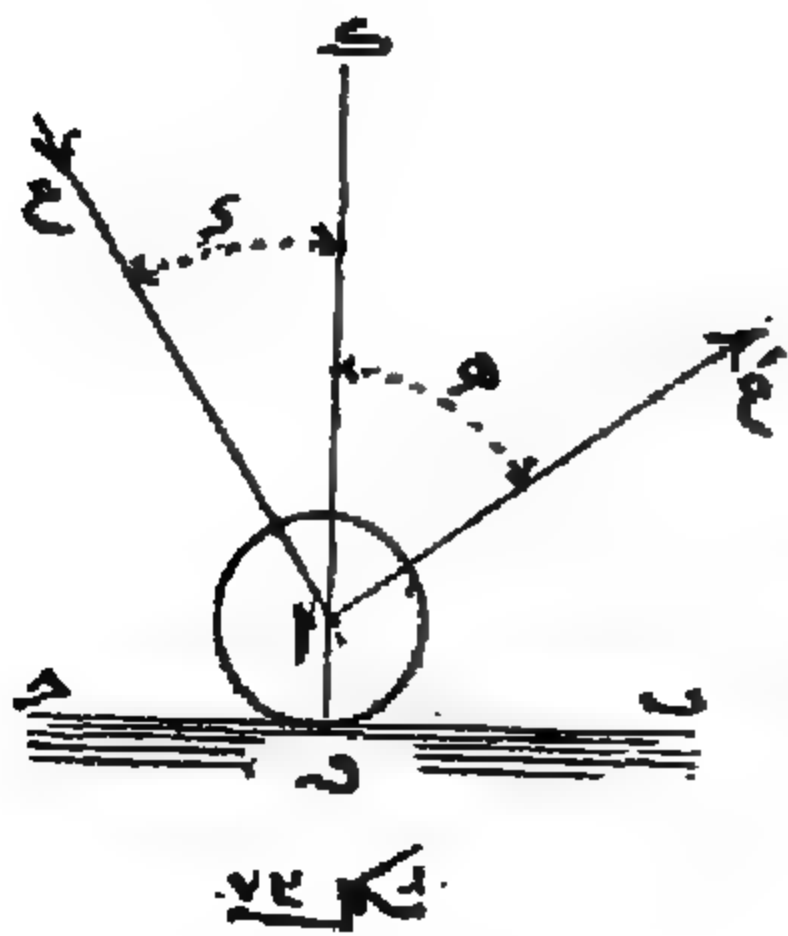


شكل ٧٤

ملحوظة - اذا تصادمت كرتان ولم تحركا في مستوي واحد فلا اجل
ايجاد حركة كل من الكرتين بعد التصادم يلزم استعمال الطرق التي
استعملناها في حالة التصادم المائل السابق ذكره اي اننا نحلل
سرعتي كل من الكرتين على اتجاهي خط التصادم والخط العمودي عليه
وحينئذ فالمحلات العمودية للسرع لا تتأثر بالتصادم واما المحلات
السرعية في اتجاه خط التصادم فتتغير كما لو كانت موجودة بنفسها
اما معادلات الحل العمودي لهذه المسألة فتتوقف على اصول الهندسة
التقليدية ذات الثلاثة ابعاد ولا لزوم لذكرها هنا

التصادم على مستوي - اذا صدمت كرة مثل ٢ شكل ٧٤ مستويا
ناعما مثل ب ه بالميل وأريد ايجاد حركة الكرة المذكورة بعد

التصادم يقال



شكل ٧٥

ليكن ه ه رأس المستوى المذكور في نقطة تماسه بالكرة ٢
وقت الانصدار ولنفرض ان ذلك الرأس موجود في مستوى
الشكل وان المستقيم المتحرك عليه الكرة ١ قبل التصادم في
مستوى الشكل ايضا وان هذا المستوى يقطع المستوى المفروض
في المستقيم ه ه ب وحينئذ فنقط حركة الكرة ٢ بعد التصادم
يكون في نفس مستوى الشكل حيث انه لا تؤثر قوة ما على الكرة
اشاء التصادم في اتجاه عمودي على هذا المستوى

وليكن

ولكن ع، ع سرعة الكرة ١ قبل التصادم وبعد ع، ع زاويتي ميلها على الخط الرأسى وهـ ك
م جسم الكرة المذكورة ، ع معامل المرونة ، س كمية التحرك المنقودة بسبب الانضغاط في
اللفة الأولى من التصادم

فمن حيث ان السرعة الموازية الى ع هـ غير متأثرة بالتصادم يكون

$$ع حاه = ع حاء (١)$$

وحيث ان كمية تحرك الكرة ١ على الخط الرأسى كـ هـ معدومة بتامها بمقاومة المستوى فيكون

$$س = م ع حاء$$

، ع س الذى هو مقدار كمية التحرك المكتسبة من الاتجاه المضاد بسبب المرونة أو قوة رد الفعل
يكون مقداره هو

$$س = م ع حاه واذن يكون$$

$$ع حاه = ع حاء (٢)$$

ومن معادلتى (١) (٢) يحدث

$$(٣) \begin{cases} طاه = س طاء \\ ع = ع حاء + ع حاء \end{cases}$$

ومن معادلتى (٣) يتعين مقدار السرعة واتجاهها بعد الانضغاط

ويستج من ذلك أولا انه اذا كانت الكرة غير مرنة يكون $ع = ع حاء$ ، $ع حاء = ع حاء$

اعنى انه اذا صدمت كرة غير مرنة مستويا ثابتا بالميل فانها تسير بعد الانضغاط متدحرجة عليه
بسرعة مساوية الى ع حاء

وثانيا يكون مقدار قوة الدفع التى يتحملها المستوى مساويا الى

$$م (ع حاء + ع حاه) = (١ + س) م ع حاء$$

حركة مركز الثقل بعد التصادم - اذا كان المطلوب معرفة سرعة مركز ثقل كرتين متحركتين بانتظام

بعد التصادم يقال

نسب زمنى الكرتين وحركتهما الى محورين متعامدين

وس، و ص شكل ٧٤ موجودين فى مستوى الحركة ولكن

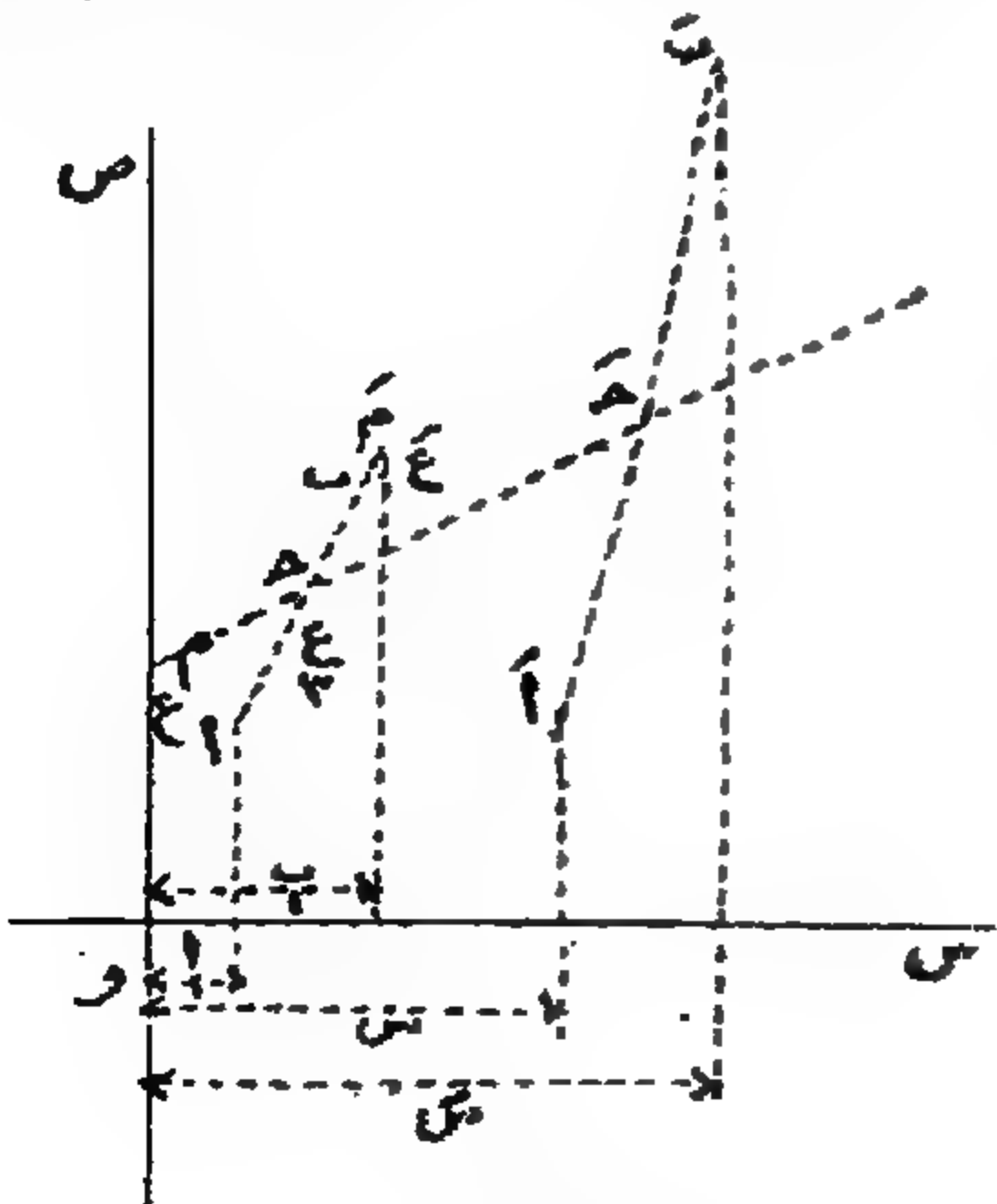
هو مستوى الشكل

ونفرض ان ١، ٢ هما وضع مركزى الكرتين فى مبدأ

الامر وأن ١، ٢ هما وضع مركزيهما بعد الزمن $ت$ وأن

١، ٢ هما احداثيا ١، ٢ بالنسبة للحوور وس فى مبدأ

الزمن $ت$ وان س، س هما احداثيا ١، ٢ بعد الزمن $ت$



شكل ٧٤

$$(1) \dots \dots \dots \left\{ \begin{array}{l} \text{س} = 1 + \text{ع} \\ \text{س} = 7 + \text{ع} \end{array} \right.$$

واذا فرض ان س، هـ هما جديا مركز الثقل هـ للكورتين في الوضع الابتدائي وبعد الزمن τ بالنسبة للحدود وس ورمرنا الجسمي الكرتين ٢٢٢ المذكورتين بالرمزين م، م على التناظر يكون

(۴)..... { (م + م) = م (م + پ)
(م + م) = م (م + س)

$$(م + م') (ن - ن') = (م - م') (ن + ن') = (م - م') (ن - ن') + (م - م') (ن + ن')$$

(۳) ... $\frac{m(m+2n)}{m+n} = \text{ہی - ہی}$

وحيث أن s - s عبارة عن المسافة التي يقطعها مركز الثقل h بالتوازي لمحور السينات OS وأن هذه المسافة تتغير بالنسبة للزمن t فتكون سرعة مركز الثقل h بالتوازي للمحور OS ثابتة
وحيث إذا فرض لها بالرمز \dot{e} يكون $\dot{e} = \frac{e^2 + e^2}{2}$

و بمثل ذلك اذا كان $\frac{m}{n} = \frac{m_1}{n_1} + \frac{m_2}{n_2}$ هي سرعة m بالمتوازي للبحر ومن يكون

وحيث عملت سرعاً وبعثت فتل حركة مركز الثقل

وسيج من ذلك أولا أنه إذا كان هناك ثلاث كرات أو أكثر فبناء على الطريقة السابقة يكون

$$c) \frac{\sum r_i x_i}{\sum x_i} = \frac{\dots + \bar{x}^2 + \bar{x}^2 + \bar{x}^2}{\dots + \bar{x} + \bar{x} + \bar{x}} = \bar{x}$$

$$\frac{\xi r \leq \dots + \xi \bar{r} + \xi \bar{r} + \xi r}{r \leq \dots + \bar{r} + \bar{r} + r} = \frac{\xi}{1}$$

وإذا لم تكن الحركة في مستو واحد واعتبرنا محوراً ثالثاً عمودياً على المحورين وس، و ص ولكن وع
وزمن السرعة مركز الثقل بالتوازي للمحور المذكور بالرمز \vec{e}_3 ولسرعة الكرات بالتوازي له أيضاً
بالرموز $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ يكون

$$\frac{\sum p_x}{p_x} = \frac{\dots + \sum \bar{p} + \sum \bar{p} + \sum p}{\dots + \bar{p} + \bar{p} + p} = \dots$$

ويفهم من ذلك ان سرعة مركز ثقل جبهة اجسام بالتوازي لاجزاء معلوم تساوي مجموع كميات تحرك كل منها بالنسبة للاجزاء المذكور مقسوما على مجسم الجبهة بتمامها

وبعبارة أخرى أنه إذا كانت حركة الأجسام بالتوازي لاتجاه معين مستقيم فإن سرعة مركز ثقل المجلة المادية

في الاتجاه المذكور تكون حاصلة كما اذا كانت جميع كمية تحرك الجلة المنسوبة للاتجاه المعلوم مساوية لقيمة تحرك جسم واحد جسم مساو لجسم الجلة ويتحد مع الجلة المذكورة في مركز الثقل ويتحرك بسرعة مركز الثقل المذكور

تنبيه - يمكن تعيين عجلة مركز الثقل من معادلات عين المعادلات السابقة وانما معوض فيها سرع الاجسام المختلفة بالجهات

وثانياً حيث انه اذا اضفنا سرعاً متساوية الى سرعة كل من الاجسام المذكورة فان الحركة النسبية للجلة لا تتغير فحينئذ اذا اريد ان يكون مركز ثقل الجلة المادية ساكناً باضافة سرعتين مساويتين الى u و v لسرعة كل كرة من الجلة المادية فكمية التحرك اللازم ادخالها لكل من الكرتين u و v بناء على هذا الفرض تكون هي $u - \frac{m}{m+M} \times \frac{M}{m} \times u$ او $u - \frac{m}{m+M} \times \frac{M}{m} \times u$ بالتوازي للمحور u و $v - \frac{m}{m+M} \times \frac{M}{m} \times v$ بالتوازي للمحور v

فطرية - اذا تصادمت كرتان ناعمتان فان حركة مركز الثقل لا تتغير بتأثير التصادم لانه اذا فرض اولاً ان الكرتين متحركتان في اتجاه خط التصادم رس شكل v اعني ان التصادم مستقيم وفرض ان

$$\left\{ \begin{array}{l} u, v \\ u', v' \end{array} \right\} \text{ سرعتا } \left\{ \begin{array}{l} u, v \\ u', v' \end{array} \right\} \text{ قبل التصادم وبعد فيكون}$$

$$u = \frac{m}{m+M} u' + \frac{M}{m+M} u', \quad v = \frac{m}{m+M} v' + \frac{M}{m+M} v'$$

وميث ان كمية التحرك بعد التصادم تساوي كمية التحرك قبله بموجب ما تقدم فيكون $u = u'$

ثانياً اذا كان التصادم مائلاً

فقلل سرعتي الكرتين في اتجاهين احدهما خط التصادم والاخر عمودي عليه وبناء على النتيجة الاولى لا تتغير محلة سرعة حركة مركز الثقل في اتجاه خط التصادم بتأثير التصادم وحيث ان محلة سرعة كل من الكرتين في اتجاه عمودي على اتجاه خط التصادم لا يتغير بتأثير التصادم فلا تتغير محلة سرعة مركز الثقل في هذا الاتجاه أيضاً وعليه فيثبت ان سرعة مركز ثقل الكرتين لا تتغير مقداراً ولا اتجاهها بتأثير التصادم

تنبيه - يمكن بدون صعوبة تعميم النظرية المذكورة على الحالة التي فيها توجد جلة كرات وبيان ان حركة مركز ثقل عدد ما من الكرات الملتصقة لا تتغير بتصادم كرتين أو أكثر من الجلة المذكورة

(مسائل)

المسألة الاولى - كرة ثقلها ٤ ارطال متحركة من اليمين الى اليسار بسرعة قدرها ٨ يارداً في الثانية صدمت تصادماً مستقيماً كرة اخرى ثقلها ١٠ ارطال متحركة في نفس الجهة بسرعة قدرها ٤ يارده في الثانية

والمطلوب تعيين الحركة بعد التصادم

لذلك يقال أولا اذا لم تكن الكرتان مرتين فمن حيث ان انتقال الكرات مناسبة لجسماتها فيمكن اعتبار العددين ٤ و ١ مبيينين لمجسمي الكرتين ويحدث

$$\text{السرعة المشتركة بعد التصادم} = \frac{4m + 1m}{4+1} = \frac{5}{5} = 1 \text{ م/ث}$$

$$س = \frac{(4-1) \times 1}{4+1} = \frac{3}{5} = \frac{1}{1.67} \text{ م/ث}$$

معنى ان الضغط المشترك بين الكرتين يحدث سرعة قدرها $\frac{1}{1.67}$ م/ث يارده في الثانية لجسم ثقله رطل واحد وثانيا اذا كانت الكرتان مرتين فيوجب ما تقدر يكون

$$\text{سرعة ٢ بعد التصادم} = \frac{4 \times \frac{5}{5} - 1 \times \frac{3}{5}}{4+1} = \frac{4 - \frac{3}{5}}{5} = \frac{17}{25} \text{ م/ث}$$

$$\text{وسرعة ١ بعد التصادم} = \frac{1 \times \frac{3}{5} + 4 \times \frac{17}{25}}{1+4} = \frac{\frac{3}{5} + \frac{68}{25}}{5} = \frac{73}{125} \text{ م/ث}$$

فاذا كان $س = \frac{1}{1.67}$ فالكرة ١ تكون ساكنة بعد التصادم وعلى حسب كون $س < \frac{1}{1.67}$ فان ٢ يتبع ب سرعة اقل من سرعتها قبل التصادم او تنعكس ثانيا وتترك في جهة مضادة للأولى
المسألة الثانية - كرة ١ متحركة بسرعة معلومة صدمت تصاد ما مستقيما كرة ب الساكنة ثم ان كرة ب صدمت تصاد ما مستقيما كرة ج الساكنة والمطلوب ايجاد سرعة الكرة ج
لذلك يقال انه بناء على ما تقدر تكون سرعة ب بعد التصادم الاولى هي

$$ع = \frac{4(س+1)}{4+1} \text{ وسرعة ج بعد التصادم الثاني هي}$$

$$ع = \frac{4(س+1)}{4+1} \times \frac{4(س+1)}{4+1} = \frac{16(س+1)^2}{25}$$

وينتج من ذلك ان السرعة التي تأخذها ج بتوسط ب تتغير على حسب جسم ب وتكون نهاية عظمى حين يكون

$$\frac{16(س+1)^2}{25} \text{ اكبر ما يمكن اعني حين يكون } \frac{(س+1)(س+1)}{س} \text{ اصغر ما يمكن وحيث انه يمكن كتابة المقدار المذكور بالصورة}$$

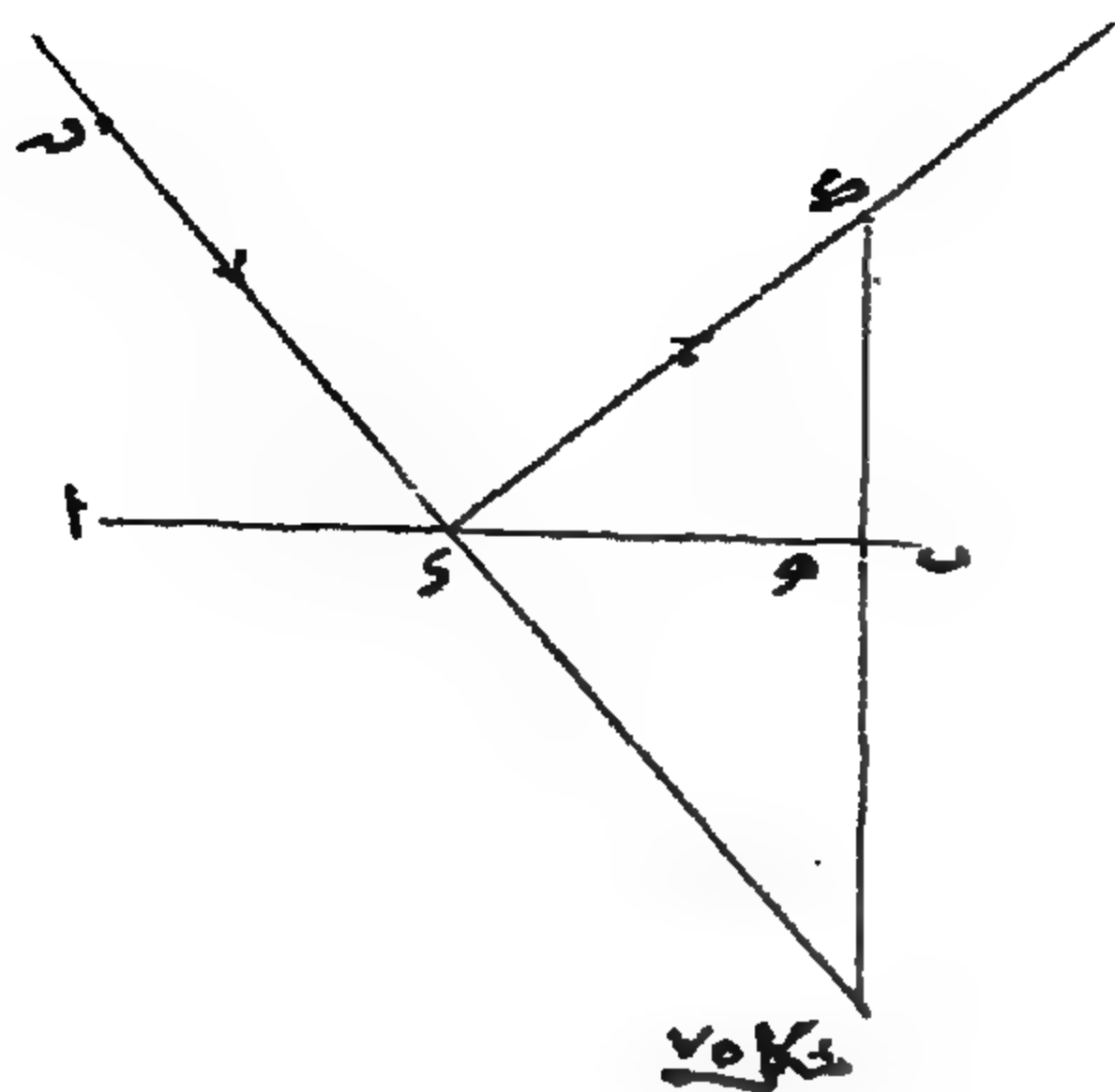
$$(\sqrt{س} + \sqrt{س}) + (\sqrt{س} - \sqrt{س})$$

وان هذا المقدار يكون اصغرا ما يمكن حين يكون $\sqrt{س} = \sqrt{س}$ أي حين يكون $س$ وسطا متناسبا بين $س$ و $س$ فينتد يكون مقدار $ع$ نهاية عظمى حين يكون $س$ وسطا متناسبا بين $س$ و $س$

المسألة الثالثة - نقطة مادية قذفت من نقطة معينة في شكل $\sqrt{س}$ بحيث تمر من نقطة أخرى معلومة ك بعد انعكاسها على مستو ثابت معلوم والمطلوب ايجاد اتجاه خط التصادم
لذلك نفرض ان $و$ هي نقطة انصدام النقطة المادية بالمستوى المفروض فينتد يكون المستوى $و$ عموديا على المستوى الثابت المذكور ويقطعه في مستقيم اب

وحيث ان النقطة المادية قذفت في اتجاه $و$ وانعكست على اتجاه $و$ فبناء على ما تقدر في التصادم على

على مستوي يكون



ط ك د ه = ي ط ا ه ٢٥ (١)

فاذا انزل ك ه عموديا على اب ود ه هـ حتى يقطع امتداد ك ه في نقطة و يكون

ط ك د ه = ي ط ا و هـ وعليه يكون

$$ك ه = ي ط \times هـ و$$

ومن ذلك تضح طريقة بسيطة لتعيين نقطة هـ وهي

ان ترسم ك ه عموديا على اب ونفذ على استقامته

ونأخذ عليه بعد هـ و = $\frac{1}{ي ط} \times ك ه$ ثم نصل هـ و

فيقطع اب في نقطة هـ فيكون هـ هو الاتجاه المطلوب

وينبج من ذلك انه اذا امرت النقطة المادية من نقطة ك بعد انصدامها على مستويين ول ا هـ و على التوالي

شكل ٢٦ فنحل المسألة بالطريقة الآتية وهي

ان يرسم ك ه و عموديا على المستوى الثاني ر هـ ويجعل

$$هـ و = \frac{1}{ي ط} \times ك ه$$

ثم يرسم ول ط عموديا على المستوى الأول ول ويجعل

$$ل ط = \frac{1}{ي ط} \times ل و$$

ونصل هـ ط فيقطع المستوى الأول في نقطة د ونصل د و

فيقطع المستوى الثاني في نقطة ع وحينئذ اذا قذفت النقطة

المادية في اتجاه هـ فانها تنعكس على اتجاه د هـ ومن ع

تنعكس ثانيا على اتجاه هـ ك ونمر بالنقطة ك

المسألة الرابعة - نقطة مادية صدرت مستويا حثنا

ثابتا والمطلوب إيجاد حركتها بعد التصادم

لذلك نفرض ان مستوى الشكل هو مستوى التصادم اي المستوى المائل على اتجاه الحركة قبل التصادم وعلى

المستقيم العمودي على المستوى الثابت في نقطة التصادم

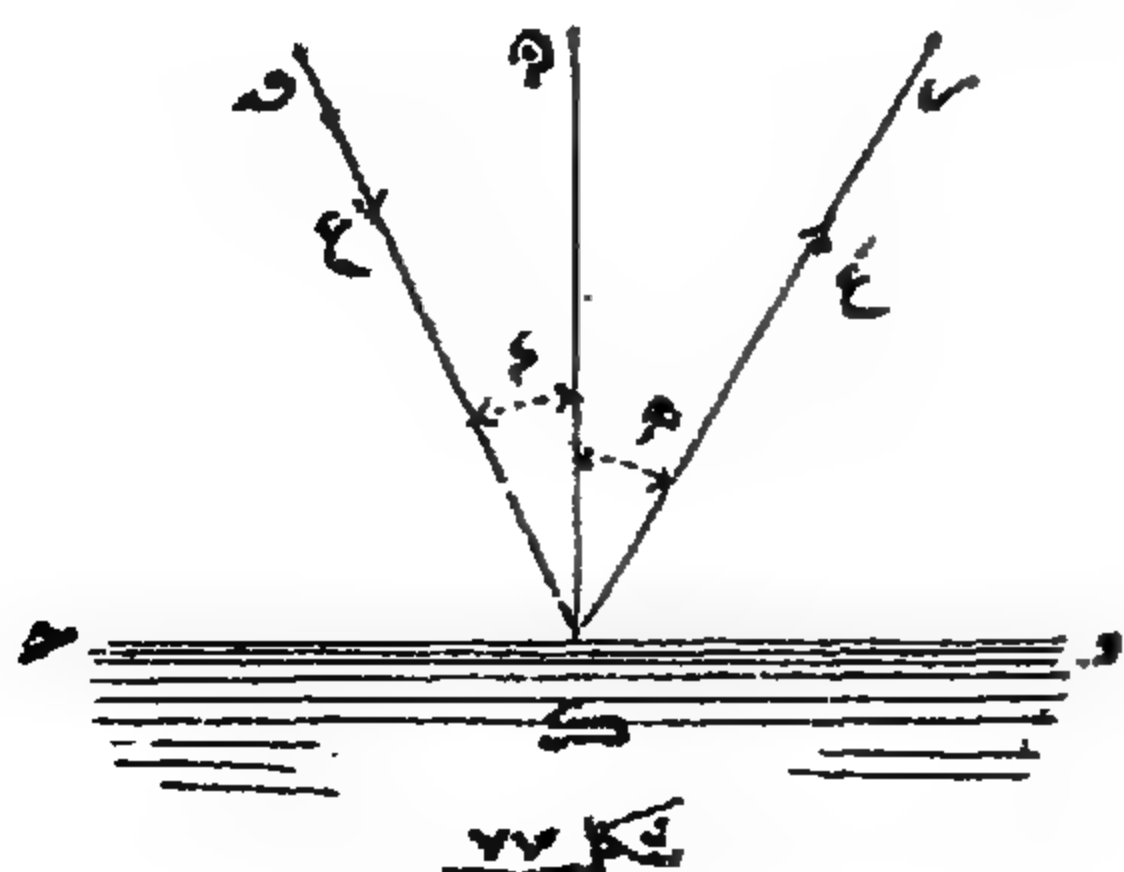
ونفرض ان ع ا غ شكل ٢٧ هما سرعتا النقطة المادية التي

بحسبها م قبل التصادم وبعد وان د ا هـ هما زاويتا ميلها

على المستقيم العمودي على المستوى قبل التصادم وبعد

وان س ا ف هما كيتا الجرك الكليتان الناشئتان عن

المستوى الثابت للنقطة المادية في الاتجاهين ك د ا ك هـ



شكل ٢٧

مع ملاحظة ان كمية التحرك الثانية ناشئة عن خشونة المستوى
وحيث اننا اذا جعلنا الحركة على اتجاهى $ك$ و $ل$ او $ا$ و $ب$ فانه بناء على ما تقدم في التصادم على مستوي يكون

$$ع\ حاء = ي\ ع حاء \dots\dots (١)$$

ويكون مقدار كمية التحرك الكلية $س$ هو

$$س = (ا + ي) م ع حاء \dots\dots (٢) \text{ ويكون أيضا}$$

$$م ع حاء = م ع حاء - ف \dots\dots (٣)$$

فاذا جعلنا $ف = س$ التي فيها $ي$ معامل يتعلق بخشونة المستوى ومقداره الرقى يتعين بالتجربة
ويسمى أحيانا معامل الاحتكاك الديناميكي فتكون اربع معادلات ينتج منها المعادلتان الآتيتان

$$ع\ حاء = ي\ ع حاء$$

$$ع\ حاء = ع\ حاء - ي\ (ا بى) ع حاء$$

ومن هاتين المعادلتين يتعين مقدار $ع$ هو أعنى سرعة التحرك واتجاهه بعد التصادم

الشغل المفقود بتأثير تصادم الأجسام

أولا حالة الأجسام الرخوة - اعلم ان التغير الحاصل في شكل الاشكال من تأثير الانصدام يحدث فقدا
من القوى الحية مبتلعا بالقوى المضغية وسنعين الفقد المذكور الذى نصفه المساوى للقدرة الحية
يدل على الشغل المفقود من بعد ملاحظة ان القوى الحية عبارة عن نصف القدرة الحية فنقول
نظريته كارنو - مجموع مفايد القوى الحية يساوى حاصل جمع القوى الحية المطابقة لسرع المكتسبة
أو المفقودة للأجسام المتصادمة

فأولا اذا كان الجسمان سائرين في جهة واحدة فإن القوى الحية المتحصلة قبل الانصدام تكون
 $م ع + م ع$ وأن القوى الحية المتحصلة بعد الانصدام تكون $(م + م) ع$ وعليه فتكون مفايد
القوى الحية مساوية الى $م ع + م ع - (م + م) ع$ وبناء على منطق النظرية تكون المفايد المذكورة
مساوية الى $م (ع - ع) + م (ع - ع)$ أعنى يكون

$$م ع + م ع - (م + م) ع = م (ع - ع) + م (ع - ع)$$

وللبرهان على ذلك نفرض $ع$ بمقدارها وهو $\frac{م ع + م ع}{م + م}$ في كل من طرفي المعادلة المذكورة وحيث
يحدث

$م ع + م ع - (م + م) ع = م (ع - \frac{م ع + م ع}{م + م}) + م (\frac{م ع + م ع}{م + م} - ع)$
ولا يلجأ تحليل هذه المعادلة لمعرفة تساوى طرفيها نأخذ كل طرف على حدة ونخلله فالطرف الأول يؤول
من بعد تحويله الى مقام مشترك وأخذ $م$ مضروباً مشتركاً الى

$$\frac{م (م ع + م ع - ع (ع - ع))}{م + م} = \frac{م (ع (ع - ع) - ع (ع - ع))}{م + م}$$

وأما الطرف

وأما الطرف الثاني فإنه يؤول على التوالي الى

$$m \left[\frac{(e - e')}{m + m'} \right] + m' \left[\frac{(e - e')}{m + m'} \right] = \frac{(e - e')}{m + m'} + \frac{(e - e')}{m + m'} = \frac{(e - e')}{m + m'} (m + m') = (e - e')$$

وحيث يكون

$$\frac{(e - e')}{m + m'} = m' = m' (m + m') \frac{(e - e')}{m + m'}$$

وهو المطلوب

وثانيا إذا كان الجسمان سائرين في جهتين متضادتين فإن فقد القوة الحية يصير مبينا من بعد اجراء العمل كما تقدر بالمقدار الآتي

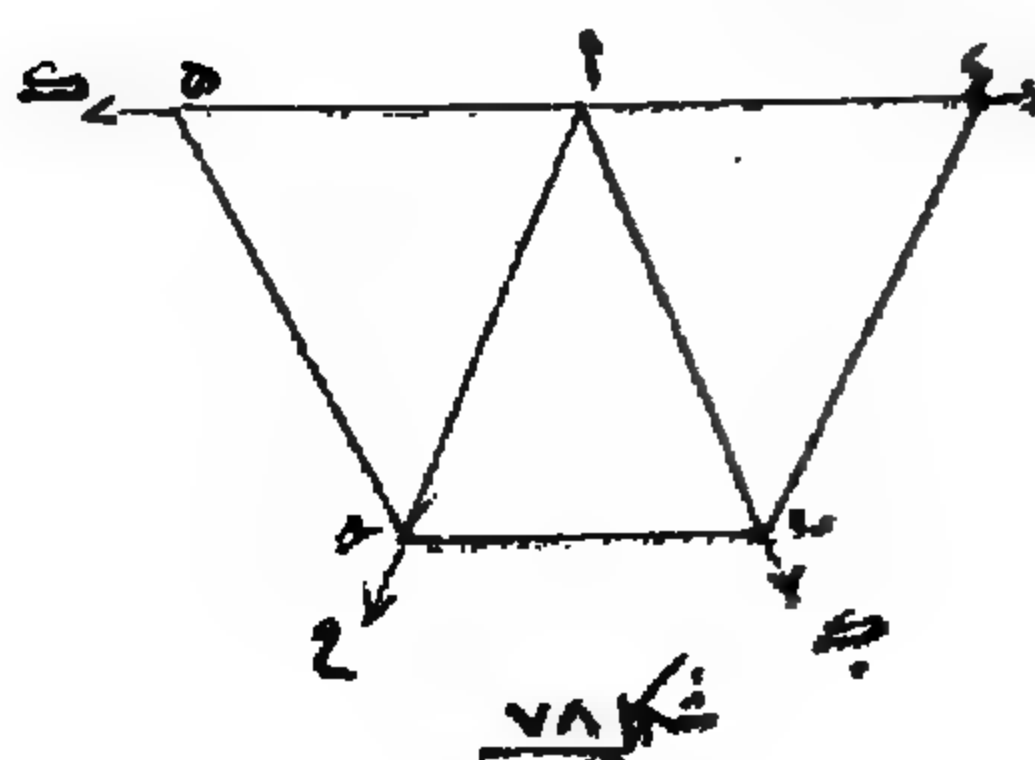
$$\frac{m(m + e) + m'(m' + e')}{m + m'}$$

تبين - مهما كانت الحالة المعبرة فإنه يوجد دائما شغل مفقود بانصدام الأجسام الرخوة والشغل المفقود الأعظم يقابل الحالة التي يكون فيها سير الجسمين في جهتين متضادتين

ثانيا حالة الأجسام المرنة - اعلم أنه في المدة الأولى من تصادم الأجسام المرنة يحصل فقد قوة حية كما في حالة الأجسام الرخوة وهذا الفقد منسوب لتغير اشكال الأجسام المتصادمة في المدة المذكورة ولكن في المدة الثانية من الانصدام بسبب رجوع اشكال الأجسام الى أصلها بتأثير المرونة تزداد القوة الحية التي صار فقدها في المدة الأولى بالتام والكمال وعليه فالقوة الحية المفقودة بالانصدام تكون معدومة في حالة الأجسام المرنة

الحالة التي يكون فيها الجسمان المتصادمان متحركين في اتجاهين حيثما اتفق

إذا تصادم جسمان متحركان في اتجاهين حيثما اتفق فإن سرعة كل منهما تتغير وتنقص نظرا لانصدام ويتغير اتجاهها بعد الانصدام بخلاف ما إذا كان الجسمان المذكوران سائرين في اتجاه واحد وفي جهة واحدة فإن سرعة الجسم الصادم تنقص وسرعة الجسم المصدوم تزداد بحيث أن السرعة المفقودة بالانصدام بالنسبة لكل من الجسمين المتصادمين عند تحركهما في اتجاهين حيثما اتفق عبارة عن المركبة الثانية للسرعة قبل الانصدام فلتبينها يقال أنه إذا فرضنا كافي شكل ٧٨ أن u مقدار واتجاه سرعة أحد الجسمين



شكل ٧٨

قبل لحظة الانصدام ولزمنها بالرمز k وأن u مقدار واتجاه سرعة الجسم الآخر ولزمنها بالرمز l وبعد لحظة الانصدام ولزمنها بالرمز k' فينشد إذا وصل u و l وكل متوازي الأضلاع uod يكون u عبارة عن مقدار واتجاه السرعة المفقودة بالانصدام ولزمنها بالرمز u' وحيث إذا علم مقدار u و l والزوايا الواقعة بينهما يمكن

تحين مقدار واتجاه السرعة المفقودة بالانضام ϵ بواسطة الحساب من مثلث $\alpha \beta \gamma$ الذي يكون معلوما فيه الضلعان والزاوية المحصورة بينهما
 وإذا كل متوازي الاضلاع $\alpha \beta \gamma$ يرى ان السرعة المفقودة بالانضام تكون عبارة عن محصلة السرعة قبل الانضام والسرعة بعد الانضام مأخوذة في الجهة المضادة
 ولنبرهن على نظرية كارنو في حالة تصادم الجسيمين المتحركين في اتجاهين حيثما اتفق فنقول
 نظرية كارنو - من بعد ملاحظة ان نظرية كارنو لا تنطبق على تصادم الأجسام المرنة يقال انه اذا اعتبرت
 السرعة الثلاث β, γ, ϵ شكل ٧٨ بالنسبة لأحد عناصر الجسيمين المتصادمين فن مثلث $\alpha \beta \gamma$
 يحدش

$$\beta^2 = \gamma^2 + \epsilon^2 + 2\epsilon\gamma \cos(\alpha, \gamma)$$

واذا رمز للجسم العنصر المذكور بالرمز m وضرب طرفا المعادلة المذكورة في m يحدث
 $m\beta^2 = m\gamma^2 + m\epsilon^2 + 2m\epsilon\gamma \cos(\alpha, \gamma)$ أو يكون

$$m(\beta^2 - \gamma^2) = m\epsilon^2 + 2m\epsilon\gamma \cos(\alpha, \gamma)$$

وحيث أنه بالنسبة لكل عنصر من عناصر الجسيمين المتصادمين يحدث معادلة مشابهة للمعادلة المذكورة
 فحينئذ اذا جمعت المعادلات المشابهة للمعادلة المذكورة المنسوبة للعناصر المختلفة السابق ذكرها طرفا
 بطرف على بعضها فانه يحدث

$$\text{مجموع } m(\beta^2 - \gamma^2) = \text{مجموع } m\epsilon^2 + 2 \text{مجموع } m\epsilon\gamma \cos(\alpha, \gamma)$$

ولكن اذا رمزنا بحرف ϕ للقوة الواقعة على العنصر الذي يجسده m التي تحدث السرعة ϵ في نهاية
 مدة الانضام الصغيرة جدا بقدر ما يراد التي نرمز لها بالرمز ϵ يكون
 $\phi = \frac{m\epsilon^2}{2}$ ومنها يحدث $\phi = \frac{m\epsilon^2}{2}$

واذا وضع عوضا عن m مقداره في المعادلة السابقة يحدث

$$\text{مجموع } m(\beta^2 - \gamma^2) = \text{مجموع } m\epsilon^2 + 2 \text{مجموع } \phi \cos(\alpha, \gamma)$$

وحيث ان اتجاه وجبة القوة ϕ هما طبعاً في اتجاه وجبة السرعة ϵ فيكون

$$\text{مجموع } m(\beta^2 - \gamma^2) = \text{مجموع } m\epsilon^2 + 2 \text{مجموع } \phi \cos(\alpha, \gamma)$$

ولكن حيث ان الحاصل $\phi \cos(\alpha, \gamma)$ عبارة عن شغل القوة ϕ في مدة الزمن ϵ الصغير
 جدا بقدر ما يراد فيمكن اعتبار الشغل المذكور معدوما وعليه يكون

$$\text{مجموع } \phi \cos(\alpha, \gamma) = 0 \text{ وحينئذ يحدث}$$

$$\text{مجموع } m(\beta^2 - \gamma^2) = \text{مجموع } m\epsilon^2$$

اعني ان مجموع مفايد القوى كمية يساوي مجموع القوى الحية المنسوبة لسرع المفقودة لعناصر الجسيمين

المقصادين وهو المطلوب

واذا دمر الشغل الناتج من تأثير الانضدام بالرمز ش يكون

$$\text{ش} = \frac{1}{2} \text{ مجموع م (ك - ك') } \text{ أو يكون}$$

$$\text{ش} = \frac{1}{2} \text{ مجموع م (ك - ك') } \text{ وبناء على نظرية كارنو يكون}$$

$$\text{ش} = \frac{1}{2} \text{ مجموع م ع}$$

وبنضم هذه المعادلة الى المعادلة العمومية للقدرة الحية التي هي مجموع $\text{ش} = \frac{1}{2} \text{ مجموع م (ع - ع')}$ طرفاً بطرف يحدث

$$\text{مجموع ش} = \text{ش} = \frac{1}{2} \text{ مجموع م (ع - ع')} + \frac{1}{2} \text{ مجموع م ع}$$

وحيث انه في الآلات المتحركة اي في الجملة المادية المتحركة مجموع ش عبارة عن ثلاثة اشغال وهي الشغل الحركي اي شغل القوى المتحركة الذي يرمز له بالرمز ش ويعتبر دائماً موجباً والشغل المفيد اي شغل المقاومات المفيدة اي الأصلية الذي يرمز له بالرمز ش ويعتبر سالباً ثم شغل المقاومات الشائنة الذي يرمز له بالرمز ش وتلك المقاومات عبارة عن الاحتكاكات وبيوسات الأبال والسيور وان الشغل المذكور يكون سالباً أيضاً فينشد تؤول المعادلة السابقة الى

$$\text{ش} - \text{ش} - \text{ش} = \text{ش} = \frac{1}{2} \text{ مجموع م (ع - ع')} + \frac{1}{2} \text{ مجموع م ع}$$

واذا دمر مجموع الثلاثة اشغال السالبة بالرمز ش الذي يكون عبارة عن الشغل المقاوم الخام فأنه يحدث

$$\text{ش} - \text{ش} = \text{ش} = \frac{1}{2} \text{ مجموع م (ع - ع')} + \frac{1}{2} \text{ مجموع م ع}$$

وهذه معادلة القدرة الحية مطبقة على حركة الآلات أو الجمل المادية باعتبار الانضدام

في بيوسات الأبال

بيوسات الأبال هي المقاومة التي يحدثها عند لفه على كبرة أو طنبور

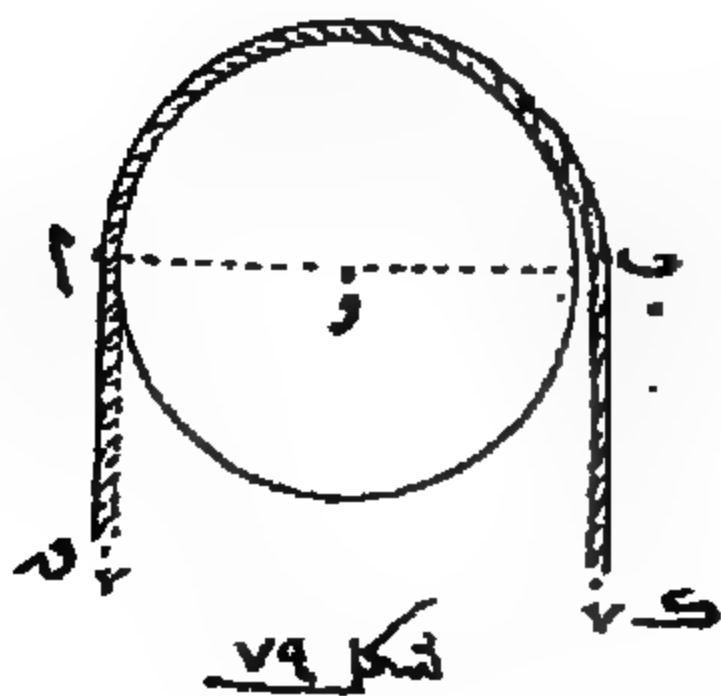
وبيوسات الأبال تحدث فقدا مضاعفاً من الشغل حيث انه يقتضى قوة لثنيها واللفها وقد ظهر من التجربة ان الفرع ك للقوة المقاومة ك لا يتفق بالضبط على الطنبور كما في شكل ٧٩ بخلاف الفرع ا للقوة المتحركة فإنه يبقى ملتصقاً على الطنبور المذكور بحيث ان وب

ذراع رافعة المقاومة يزداد ويحتاج لقوة كبيرة لأجل حصول التوازن

وبيوسات الأبال تناسب عكسياً لقطر الطنبور وعبر متعلقة بالسرعة وتغير

بتعاطس الأبال ولدرجة التواء وعلى حسب كونه جديداً أو مستعملاً أبين

أو مقطرنا جافاً أو مبتلاً



وبناء على مناقشة نتائج التجارب التي تحصل عليها المعلم كولب بخصوص

تعيين مقدار البيوسات قد استج نافييه القانون الآتي الذي يجب به مقدار

اليبوسة المذكورة التي يرمز لها بحرف س وهو

$$s = \frac{1}{5} (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2) \quad (1)$$

الذي فيه س رمز لقطر البكرة أو الطنور ، و رمز لقطر الحبل ، و ١ كمية ثابتة بالنسبة للحبل الواحد ، و ٢ كمية مناسبة للثقل المرفوع ، و عدد يتغير على حسب استعمال الحبل واستهلاكه وقد اعتبر نافييه و = ، بالنسبة للأحبال الحديدية ذات القطر الكبير ، و = ٥ ، بالنسبة للأحبال الأكثر من نصف استعمال ، و = ١ ، بالنسبة للأحبال الرفيعة اللينة جدا واعتبر أيضا أنه بالنسبة لمقاومة معلومة س تكون المقاومة المنسوبة ليبوسة حبل أبيض متغيرة بالنسبة العكسية لقطر البكرة أو الطنور ومناسبة للأش (و) لقطر الحبل المذكور وينتج من الاعتبار المذكور أنه بالنسبة لحبلين مختلفي القطر ملتصقين على كرتين غير متساويتي القطر ورافعتين تعلقان متساويتين تكون

$$s = \frac{1}{5} \left(\frac{r}{r'} \right)^2 \quad (2)$$

وفي هذا القانون س المقاومة المنسوبة ليبوسة الحبل الذي قطره س' الملتصق على البكرة التي قطرها س

أما المقاومة المنسوبة ليبوسة الحبل الذي قطره س' الملتصق على البكرة التي قطرها س' وأما بالنسبة للأحبال المقطرة فإن اليبوسة لا تتغير تغيراً محسوساً بالنسبة لدرجة الاستهلاك ومن الأضبط في هذه الحالة أن نعوض في القانون السابق النسبة $\left(\frac{r}{r'} \right)^2$ بالكمية $\frac{1}{2}$ ، و ٥ رمزاً لعدد خيوط الجديلة المشتل عليها كل من الحبلين المذكورين وحينئذ يكون

$$s = \frac{1}{5} \times \frac{1}{2}$$

وقد اعتبر المعلم نافييه أن في الأحبال البيضاء المبتلة تكون اليبوسة الثابتة ١ و ٥ ضعف ييبوسة الأحبال بغيرها في الحالة الجافة وأما اليبوسة ن و فتكون تعيينها كما في الحالة الأخيرة وهناك جدول لا يشتمل على ييبوسة أحبال مختلفة ملتصقة على بكرتين قطرها متر واحد محسوبة بمعرفة المعلم نافييه بناء على تجارب المعلم كولمب

اجناس الأحيال	عدد شيوخ الأحيال	اقطار الأحيال	تعدد الكتل الطولية	اليبوسة الثابتة أو	اليبوسة المتغيرة أو بالنسبة للكيلوجرام الواحد في الجمل ك
حبل أبيض جديد	٣٠	٠.٤٠٠	٠.٤٨٤٤	٠.٤٤٤٤٦	٠.٩٧٤٨٤
» » »	١٥	٠.١٤٤	٠.١٤٤٨	٠.٦٤٥١٦	٠.٥٥١٨٤
» » »	٦	٠.٠٨٨	٠.٥٤٤	٠.٦٠٤٨	٠.٤٤٨٠٤
حبل مقطري	٥٠	٠.٤٤٦	٠.٤٤٤٦	٠.٤٤٩٦	٠.١٤٥٥١٦
» » »	١٥	٠.١٦٨	٠.١٦٤٤	٠.١٥٩٤٨	٠.٦٥٥٩٤
» » »	٦	٠.٠٩٦	٠.٦٩٤	٠.٤١٤٠٨	٠.٤٥٩٦٤

وبواسطة الجدول السابق وتسلم صحة القانونين يمكن حل جميع المسائل المشابهة للمسألة الآتية
مسألة - إذا كان المطلوب تعيين مقدار المقاومة المنسوبة ليبوسة حبل أبيض جديد قطر ٠.٤٥٤ متر
ملتحق على كرة قطرها ٤.٠ متر رافع ثقلا قدره ٥٠٠ كيلوجرام يقال
عنسب المقاومة المنسوبة لليبوسة بناء على الحبل الأبيض الجديد الذي قطر ٠.٤ متر القريب جدا من ٠.٤٥٤ متر
وحينئذ من بعد تقويض الرموز بمقاديرها في معادلة (١) يحدث

$$r = \frac{1}{4.0} (0.00097484 + 0.44446) = 0.1474 \text{ كيلوجرام}$$

ثم عنسب المقاومة المنسوبة ليبوسة الحبل الذي قطر ٠.٤٥٤ متر الموضوع في الأحوال السابقة عينا
بقانون ١ وحينئذ يكون

$$r = 0.1474 \left(\frac{0.454}{0.4} \right)^2 = 0.204 \text{ كيلوجرام}$$

وأخيرا لما ناقش المعلم موران النتائج التي تحصل عليها كلوب استنتج مع الرمز جرفي ١٤ هـ للكميتين
التي بينهما ناقييه بالمقدارين ١ و ٢ أو ما هو آت
أولا بالنسبة للأحيال الجديدة التي من الكتان غير المقطرن المسماة بالأحيال البيضاء ناشفة كانت أو منداة
بالماء فإن الكميتين ١٤ هـ يتغيران تقريبا بالنسبة لمربع قطر الحبل
وثانيا بالنسبة للأحيال السابقة عينا المستهلكة نصف استهلاكه فإن ١٤ هـ يتغيران بالنسبة للأس
١/٥ أعني بالنسبة للجزء التربيعي لمكعب اقطار الأحيال
وثالثا بالنسبة للأحيال المقطرة فإن هـ تكون مناسبة لعدد خطوط جديدة الحبل
وعلى هذا قد وضع المعلم موران القوانين الآتية التي فيها هـ رمز لعدد خطوط جديدة ١ و هـ رمز لقطر
البكرة وهي

$$\partial x_1 \dots x_n = A \left(\partial (x_1 \dots x_n + x_1 \dots x_n) \right) = 2$$

نیم $= \frac{1}{5} [(9v + \dots + 9x) + 2 + \dots + 2r]$ کیلوگرام

وثانيا بالنسبة للأحياء المقطوعة

$$\phi(x_1, \dots, x_n) = \phi(\phi(x_1, \dots, x_{n-1}) + \dots + (x_n v_n)) = \phi$$

$$\text{ثقل} = \frac{1}{3} [(14070 + 2 \times 467 + 1 \times 418) \times 9.8] \text{ كيلوجرام}$$

وهناك جدول لا يشتمل على أقطار الأضلاع على حسب عدد خطوط الجدوله

عدد خيوط الجديده	الأقطار	عدد خيوط الجديده	الأقطار	عدد خيوط الجديده	الأقطار	عدد خيوط الجديده	الأقطار
٥١	٢٦١	٤٦	٢٤٠	٤١	١٦٨	٦	١٨٩
٥٤	٢٦٨	٤٩	٢٤٨	٤٤	١٧٩	٩	١١٠
٥٧	٢٧٦	٤٢	٢٥٧	٤٧	١٩٠	١٢	١٤٧
٦٠	٢٨٤	٤٥	٢٦٦	٥٠	٢٠٠	١٥	١٤١
		٤٨	٢٥٤	٥٤	٢١٠	١٨	١٥٥

تطبيق على ما تقدم - اذا كان المطلوب حل المسألة السابقة التي صار عليها يوضع مقدارا x في المعادلة الآتية وهي

$$(50 + 2) \frac{1}{2} = 26$$

مع ملاحظة انه في هذه الحالة $\eta = 0.8$ بناء على الجدول السابق حيث ان قطر الحبل يساوي 0.04 م.
وعليه يكون

$$\text{جواب} \left[0 \dots x \wedge x \dots \dots x \vee x + x \wedge (x \wedge x \dots \dots x \vee 0 + \dots \dots x \vee y) \right] \frac{1}{x \vee y} = \checkmark$$

$$C_2, C_3 = (0.004 \times 0.174 \times 0.4 + 0.004 \times 0.4) \times \frac{1}{0.004} = 0.174$$

وهذا المقدار الأخير مغاير للمقدار ٥٠٥٢ كيلو جرام الذي وجد باستعمال جدول تافيه
الشغل المفقود بيبوسة الأحيال - إذا لاحظنا شكل ٧٩ وقطعنا النظر عن نصف قطر الجبل وعن
تباعده عن البكره بسبب اليبوسة فإن الشغل المفقود بيبوسة الجبل المذكور المتف على البكره المذكوره
باعتبار قطرها يساوى ٤٠٪ بالنسبة للدوره الكامله يكون

مثلاً $25 \times 4 = 100$ کیلوجرام

وحيث أنه بقطع النقل عن الاحتكاك يكون مقدار شغل القوة الحركية بالنسبة للدورة الكاملة هو

$$6 \times 2 = 12$$

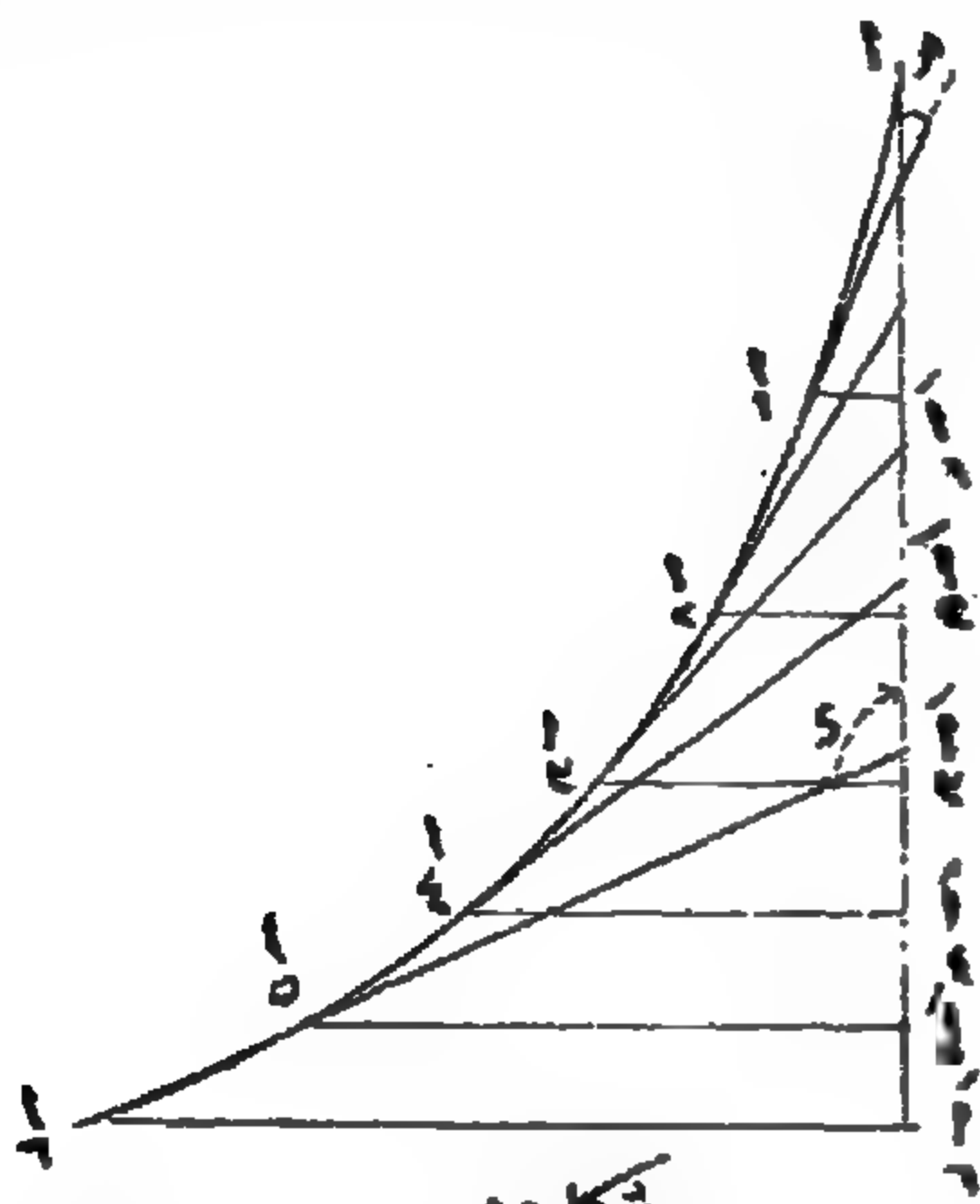
$$\text{ثم } 0 = 0 \times ط (0 + 0) = 0 \times ط (0 + 0) + 0 \times ط 0$$

$$\text{فيكون } 0 = 0 + 0 \times ط 0$$

ومن هذه المعادلة يستخرج مقدار القوة المحركة

المتحرك على منحني

إذا تحرك جسم على منحني أملس فإن المنحني يحدث ضغطاً أو رد فعل على الجسم المذكور في كل نقطة ولكن حيث أن رد الفعل يكون على الدوام عمودياً على المنحني فإنه لا ينشأ عنه اسراع أو إبطاء للحركة. الجسم المذكور ولاجل تعيين سرعة الجسم في أي نقطة يجب تحليل القوى المؤثرة على الجسم في اتجاه الحركة في اللحظات المتتالية واختبار تأثير هذه القوى المحللة.



فإذا انزل متحرك غير مرئي على منحني أملس في مستودع رأسي بتأثير الثقالة وكان المطلوب إيجاد سرعة المتحرك المذكور في أي وضع كان يقال

أنه يمكن اعتبار المنحني نهاية مضلع اضلاع متساوية الميل على بعضها وعددها أخذ في الازدياد بقدر ما يراد وإن الزوايا الواقعة بين الاضلاع المتتالية تقصير عند النهاية معدومة

وحينئذ إذا فرض أن المضلع المذكور هو ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠ ١١ ١٢ ورسم ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ١٠ ١١ ١٢ عمودية على الخط الرأسى المار بنقطة ١ وأن θ هي الزاوية الواقعة بين ضلعين متتابعين من المضلع اللذين لا يلزم أن يكون طولهما واحداً

وإن v_1 هي سرعة المتحرك حينما يكون في نقطة ١ في الاتجاه ١ ٢

وإن v_2 هي سرعة المتحرك حينما يكون في نقطة ٢ في الاتجاه ٢ ٣

وإن v_3 هي سرعة المتحرك حينما يكون في نقطة ٣ في الاتجاه ٣ ٤

.....

وإن v_n هي سرعة المتحرك حينما يكون في نقطة n في الاتجاه $n-1, n$

فإن بتطبيق نظرية القدرة الحية على كل مسافة جزئية مثل ١ ٢ ، ٢ ٣ ، ٣ ٤ ، يكون

$$\frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \text{ش ث} \quad \text{أو}$$

$$\frac{1}{2} m v_3^2 - \frac{1}{2} m v_2^2 = \text{ش ث} = \text{ش ث} \times ٢ \quad \text{أو}$$

$$\frac{1}{2} m v_n^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \text{ش ث} \times (n-1) \quad \text{وبمثل ذلك يكون}$$

$$\frac{1}{2} m v_n^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + \text{ش ث} \times (n-1) \quad \text{حيث أنه وصل المتحرك إلى ١ فإنه يغير اتجاهه}$$

الى ١١ بسرعة قدرها c مساو وكذا يكون

$$\frac{c}{v} = \frac{c}{c} + \frac{c}{c} + \dots + \frac{c}{c} \quad (1)$$

$$\frac{c}{v} = \frac{c}{c} + \frac{c}{c} + \dots + \frac{c}{c} \quad (2)$$

وبالجمع والتحويل يحدث

$$\begin{aligned} & \frac{c}{v} + \left(\frac{c}{v} + \frac{c}{v} + \dots + \frac{c}{v} \right) = \frac{c}{c} + \frac{c}{c} + \dots + \frac{c}{c} \quad (1) \\ & \text{فاذا كان } \angle \text{ الزاوية الواقعة بين اتجاهي الحركة في } (1) \text{ و } \angle \text{ زاوية لأكبر مقادير السرعة } \frac{c}{v}, \frac{c}{v}, \dots, \frac{c}{v} \\ & \text{فيكون } \frac{c}{v} = \frac{c}{c} \text{ أو } \\ & \left(\frac{c}{v} + \frac{c}{v} + \dots + \frac{c}{v} \right) > \frac{c}{c} \text{ أو } \\ & \left(\frac{c}{v} + \frac{c}{v} + \dots + \frac{c}{v} \right) < \frac{c}{c} \end{aligned}$$

وهذا المقدار ينحدر حينئذ \rightarrow الى ما لانهاية مع بقاء \angle ثابتا وعلى ذلك فلي آلى كثير الاضلاع الى المخني فالمعادلة (١) تقول الى

$$\frac{c}{v} = \frac{c}{c} + \frac{c}{c} + \dots + \frac{c}{c}$$

وهي المعادلة التي منها تتبين السرعة في اى نقطة من نقط المخني بدلالة السرعة الابتدائية والارتفاع الرأسى الذى سقط منه المتحرك

وعند الرمز \rightarrow الموضوع تحت السرعة c يكون

$$\frac{c}{v} = \frac{c}{c} + \frac{c}{c} + \dots + \frac{c}{c}$$

تنبيه - قد فرض فيما تقدم ان المتحرك غير مرئى وان متحرك على تقدير المخني بتأثير قوة التثاقل وذلك لكي يتحرك المتحرك المذكور ملاصقا للمخني وقد يتحرك المتحرك السائر على مخني هذا المخني في شروط مخصوصة الا ان الفرض المذكور سابقا يمكن توضيحه بتصور ان المضلع ١١١٠ عبارة عن انبوبة مضلعة تقول في النهاية الى انبوبة مخنية قطرها الداخل صغير وكاف بالضبط لمرور المتحرك وحينئذ فحالة السير على مخني تكون محققة لان السرعة التي يأخذها المتحرك في اى نقطة تكون مساوية لسرعة متحرك سائر على تقدير المخني أو تحديده حيث انها تبقى على الدوام ماسة له

وينتج من ذلك أولا اذا خرج المتحرك من نقطة ١ من السكون يكون $\frac{c}{v} = \frac{c}{c} = 1$ اعنى ان السرعة المكتسبة لجسم خارج من السكون ومتحرك على مخني أملس يساوى السرعة التي يكتسبها الجسم الساقط بحرية من الارتفاع نفسه وزيادة على ذلك يمكن التعبير عن المعادلة $\frac{c}{v} = \frac{c}{c} + \frac{c}{c} + \dots + \frac{c}{c}$ بأن يقال

مربع السرعة في اى نقطة مثل ١ يساوى مربع السرعة في اى نقطة أخرى مثل ١ زائد مربع السرعة التي يكتسبها المتحرك بواسطة التثاقل لو خرج من السكون قاطعا المسافة الرأسية عينها وهذه النتيجة

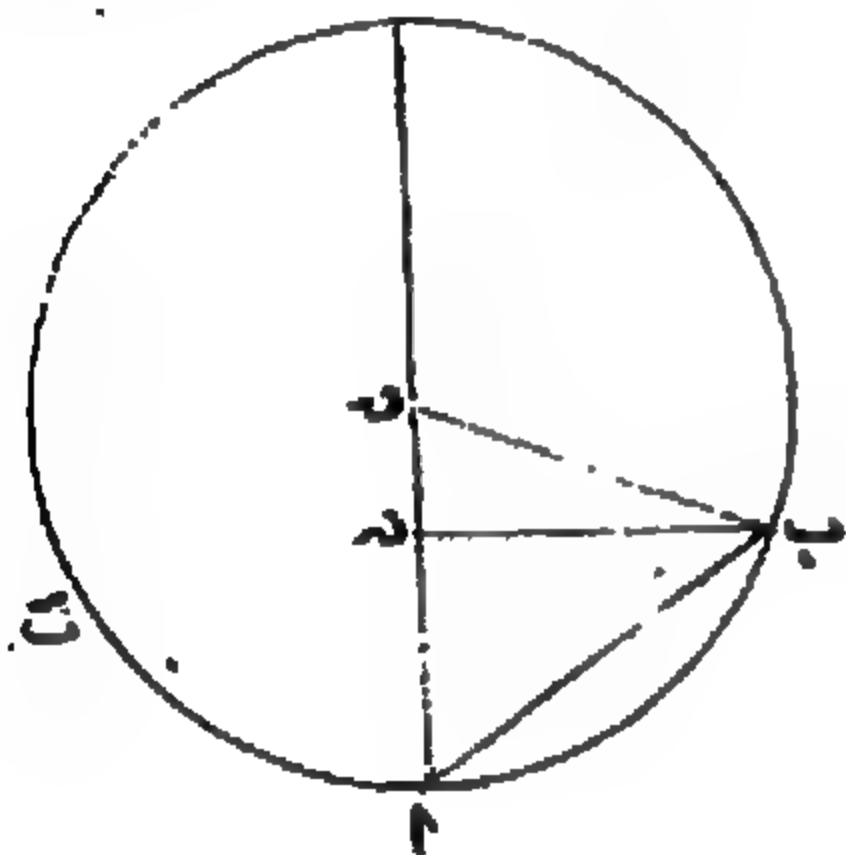
غير

غير متعلقة بشكل المخفى

وثانيا اذا صعد جسم على مئذنة فان الارتفاع الرأسى الذى يصل اليه يساوى الارتفاع الرأسى الذى يسقط منه بحيث يكون له عند انتهاء السقوط السرعة التى صعد بها وذلك لأن الجسم فى صعوده تنقص سرعته بنفس الكيفية التى تزايد بها فى نزوله فاذا كان g سرعة المتحرك فى أى نقطة من حركة على المئذنة h سرعة بعد قطع المسافة الرأسية h من ابتداء تلك النقطة يكون

$$g = g - gh$$

فحينئذ إذا كان α شكلا متغيرا موجودا في مستوي رأسي (α, β) أو على نقطة منه والجزآن α و β متماثلين ومتساويين فإن المتحرك في نزوله على α يكون له سرعة مساوية للسرعة التي يرتفع فيها إلى النقطة β والسرعة التي يأخذها المتحرك في ارتفاعه متساوية بعينه صعوده ونزوله تكون متساوية والزمن الكلي للصعود يكون مساويا للزمن الكلي للنزول



216

ومن الواضح انه متى وصل المتحرك الى α فإنه يتزل ثانيا الى β
ويرتفع الى γ ويستمر على ذلك بمعنى أن الحركة تصير مترددة أى
ارتيجائية والزمن اللازم للورود من β الى α يسمى زمن الرجوع
وثالثا اذا فرض أن β قوس من محيط دائرة نصف قطره ρ
ونقطة α هي أوطى نقطة β أو نصف القطر الرأسى $\alpha\beta$ بخط
عمودى على $\alpha\beta$ مع سرعة المتحرك فينزوله من السكون من نقطة β
الى أوطى نقطة α يكون

$$\text{أو } \frac{51 \times \frac{5}{100}}{\frac{5}{100} \sqrt{101}} = \frac{51 \times 5}{5} = 51 \times 5 = 255$$

بمعنى ان السرعة في اوطى نقطة تتغير بالنسبة لوتر قوس التزوي

وهذا الأمر يحصل بعينه إذا فرض أن النقطة المادية مربوطة في طرف جميل غير قابل للتهد طولاً و
وطرفه الثاني مثبت في نقطة و

تنبیه - الزمن اللازم لسقوط متحرك من السكون من نقطة ب الى اوطى نقطة ٢ لا يبقى ثابتا غالبا بل يتغير بتغير نقطة ب الا أنه اذا كان الخلق سكلويديا فان زمن السقوط الى اوطى نقطة يبقى ثابتا مهما كان وضع النقطة التي يخرج منها المتحرك

وبجارية أخرى ان زمن الرجة على مخني سكلويدي بحوره رأسى ورأسه أسفل يكون ثابتا معها كان طول قوس الرجة ولذلك يسمى المخني السكلويدي مخني الازمنة المتساوية وخاصية المخني السكلويدي هذه لها أهمية عظيمة في نظرية التباديل وإثباتها وسنبصر من عليها إلا ان الأصوب ان نتكلم أولا على خواص المخني السكلويدي فنقول



فقط تحت العمودى على س و يكون هو المماس فى هـ
وثانيا طول أى قوس مثل ا هـ مبتدئا من الرأس هو ضعف وتر القوس ا كـ المقطوع بالخط الافقى
هـ كـ هـ وذلك لانه اذا كان قـ كـ هـ افقيا قريبا جدا من هـ كـ هـ فنقسم ا ع ا ع كـ كـ هـ
للدائرة فى ا كـ فيكون ا ع موازيا للقاعدة وموازيا ايضا الى قـ كـ هـ ثم نمد ع كـ ا كـ حتى
يتقابل مع قـ كـ هـ فى نقطتي د ا ع ونمد كـ هـ عموديا على كـ ع

وحينئذ بسبب ان ا ع ا ع كـ مماسان لدائرة واحدة فتكون زاوية ع كـ ا = زاوية ع ا كـ ولكن
زاوية ع كـ ا = الزاوية المقابلة لها د كـ ع وكانت زاوية د ع كـ = زاوية ع ا كـ فاذن تكون زاوية
د كـ ع = زاوية د ع كـ وعليه يكون ع كـ = د كـ هـ ولكن اذا صغر القوس كـ هـ بقدر ما يراد
فانه يميل لان يجتمع مع المماس كـ هـ وعند النهاية يكون مساويا له وعليه يكون

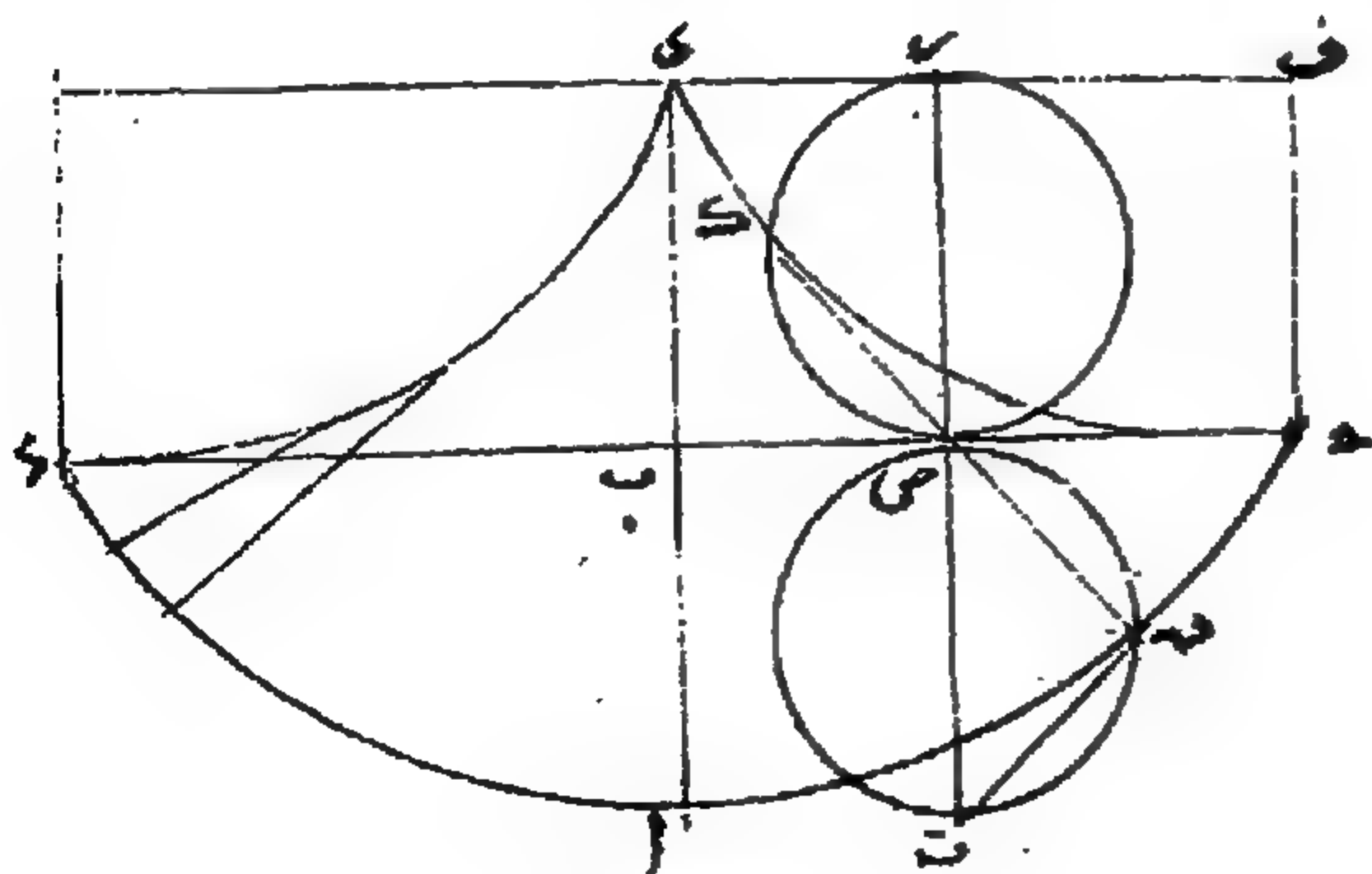
د هـ عند النهاية قوسا صغيرا من محيط دائرة مركزه ا ونصف قطره ا كـ اعنى ان ا كـ ا كـ هـ
يقدر بها عند النهاية زيادة الوتر ا كـ

وكذا حيث ان كـ ع مواز للمماس للمخني السكلويدى فى نقطة هـ فيكون عند النهاية مساويا للقوس هـ قـ
واذن تكون الزيادة هـ قـ للقوس السكلويدى عند النهاية ضعف الزيادة المقابلة لها للوتر ا كـ
وحيث ان القوس ا هـ والوتر ا كـ بمقدار من نقطة د فبناء على ما ذكر يكون القوس ا هـ
مساويا الى ضعف الوتر ا كـ اضعف ت هـ

وننتج من ذلك أولا حيث ان ا كـ = ا هـ x ا هـ فيكون ا هـ = $\sqrt{a \times a}$

وثانيا يكون القوس ا هـ = ا كـ

لاجل انشاء بندول يرفع فى مخني سكلويدى معين نفرض ان ا ب شكله هو المحور ا هـ قاعدة
السكلويد المعلوم ونفرض ايضا أن ي هـ



شكل ٨٣

نصف مخني سكلويدى مساويا لضبط الى
د و رأسه فى نقطة هـ وقاعدته ي ف
بوازية الى ا ب وأن ي هـ نصف سكلويد
آخر مساو الى ا ب ورأسه فى نقطة د
وقاعدته موازية الى ا ب

ثم نفرض كذلك ان ر كـ ص ا ص هـ ت
وضعت ا ب ا كـ انا للدائرتين الراسيتين
للمخنيين وتماستين معا فى نقطة ص وأن

كـ ا هـ وضعتا النقطتين الراسيتين وبفضل كـ ص ا ص هـ

فيكون قوس هـ ص = ص هـ = ر ف = قوس ص كـ

ولكن كـ ص ماسا للحنى يـ عـ هـ في نقطة كـ ا و ص عمودى للحنى هـ و ا في نقطة وـ وايضا فان القوس هـ كـ يساوى ضعف الوتر كـ ص = وـ كـ

وحيث إذا فرض خط طوله يساوي طول نصف المنحنى السكويدي Y Y وثبت إحدى نهايتيه في نقطة Y وكان ملازما دائما للمنحنى السكويدي Y Y بحيث يكون مشدودا وغير قابل للتمدد فيكون على الدوام مماسا للمنحنى السكويدي المذكور ونهايته الأخرى ترسم المنحنى السكويدي Y Y

وحينئذ فتمت هذه الطريقة العملية لانشاء بندولي يرجع على مخن سكلويدى وهى
انه اذا فرض نصفاً مخنيين سكلويدين ماديين كـ هـ اى و شكل ١٤ موضوعين بحيث يكون لهما تماس
مشترك فى نقطة ي وفرض انه ثبت فى نقطة اى طرف خيط رفيع طوله مساو لطول نصف المخنى
السكلويدى كـ هـ وربطت بالنهاية الأخرى و للخط المذكور نقطة مادية فهذه النقطة
ترجع فى المخنى السكلويدى هـ اى بحيث ان الخط المذكور يدخل من على كـ هـ حينما ترسم نقطة و المخنى
كـ هـ ثم يلتف من نفسه على كـ هـ حينما ترسم النقطة المذكورة المخنى اى وهكذا
نصف قطر الاختنا فى اى نقطة مثل و من المخنى السكلويدى يساوى و كـ هـ = و ص = ضعف
الموردى على المخنى فى النقطة المذكورة كما هو واضح من شكل ١٤

ومع ذلك فيمكن الوصول الى ذلك مباشرة بواسطة شكل ٨ لأنه اذا وصل مركز K والمستقيم الأول يقطع K في نقطة O ثم ان المستقيمين OM و ON العمودين لبعضهما في نقطتي M و N يتقاطعا في نقطة P التي هي مركز الالتقاء في نقطة O وحيث ان OM و ON موازيان على التناظر الى AM و AN وأن $OM = ON$ و $OM \perp ON$ عند النهاية فيكون

١٠ = ١١ = ١٢ = ١٣ = ١٤ عند النهاية

أعني ان نصف قطر الانحناء يساوي ضعف الخط العودي
لايجاد الزمن الذي فيه تنزل نقطة مادية على منح سكلويد معكوس يقال
نقضى ان ع ^{شكلا ٤} هي النقطة التي يخرج منها المحرك من السكون وان ع ه ^{خط افقي} يقابل
محور السكلويد اب في نقطة ه ثم ترسم على اه محيط دائرة ولكن هذه اقدته احدائى نقطتين
فيمين من بعضهما ويقابلان هذا المحيط في نقطتي ك ا ك ثم نصل ه ك ا ه ك ا ك
فالخط الاخير يقطع ه ك في نقطة م وحينئذ يكون

$$\frac{1}{\mu_1} \sqrt{\epsilon_1} c = \frac{\epsilon_1 \times \mu_1}{\mu_1} \sqrt{c} = \mu_1 \times \mu_1 \sqrt{c} = \mu_1^2 \sqrt{c}$$

وتمثل ذلك الحكومة

فوس اقه = $\sqrt{\frac{ا}{ا}}$ واذن يكون



الجسم بحرية من الارتفاع هذه أعني ان السرعة المذكورة تكون مساوية الى

$$\frac{\sqrt{ac}}{p_1} \sqrt{p_1} = \frac{\sqrt{ac} \sqrt{p_1}}{p_1} = \sqrt{ac} \sqrt{\frac{p_1}{p_1^2}} = \sqrt{ac} \sqrt{\frac{1}{p_1}} = \frac{\sqrt{ac}}{\sqrt{p_1}}$$

وحيث ان دة صغيرة جدا فان سرعة المتحرك اثناء قطع المسافة المذكورة تكون قريبة الانتظام جدا
ومساوية السرعة في نقطة د وكلما كان مقدار دة صغيرا كلما قرب هذا الفرض من الصحة وبناء على هذا الفرض يمكن جعل
١٢- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ حيث ان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ عند النهاية وعليه يكون $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ واذن يكون الزمن
الملازم لقطع المسافة دة = $\frac{\text{قوس دة}}{\text{السرعة في دة}}$ عند النهاية او ان الزمن المذكور يساوي

$$r = \frac{a_1 - a_2}{\frac{a_1}{h_1}} \div \frac{a_2}{h_2} = \frac{a_2}{a_1} \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} = \frac{a_1}{a_2} \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} = \text{ضعف زاویه ل ه ه}$$

حيث ان $\frac{r}{h} = \frac{\text{التقدير الدائري لـ } h}{\text{عند النهاية اعني ان الزمن اللازم لقطع اى قوس صغير مثل } h}$ يتغير بتغير التقدير الدائري لـ h .

وحيث إذا جمعنا الأزمان الصغيرة المتتالية المبتدئة من نقطة ع يحصل الزمن اللازم لقطع المسافة ع ه ولكن مجموع الزوايا المقابلة للزمن المذكور هو زاوية ع ه د وحيث فر من قطع المسافة

$$ع = زاویهٔ ۵۴ \sqrt{\frac{۵۴}{۵}}$$

ويخرج من ذلك أولا حينئذ تأتي في ١ فان الزاوية ع هـ هـ نصير ع هـ ١ = $\frac{ط}{٤}$ واذن قر من
 قطع المسافة من ع الى ١ يساوي $\frac{ط}{٤} \sqrt{\frac{١٤}{٥}}$

وبعد ان ياتي المتراك في ١ يصعد على النصف الآخر او من الخنثى السكوتيدى الى ان يصل الى نقطة
ع بحيث يكون $اع = ٤١$ وزمن الصعود على اع يكون مساويا الى زمن النزول على اع وعليه يكون
زمن الرجعة الكاملة من ع الى ع مساويا الى

$$\frac{abc}{2} \sqrt{b}$$

وثانياً حيث ان زمن الرحلة في الخنق السكويدي لا يتعلق بوضع النقطة التي تبدأ منها الحركة. فان الزمن

يكون ثابتا مهما كان مقدار قوس الرجة وبعبارة أخرى ان المخني السكويدي هو مخني الازمنة المتساوية
وثالثا اذا وضع مخنيان سكويديان γ و δ في شكلين متماثلين معا في نقطة γ بحيث يكون المماس
المشترك رأسيا ثم ثبت طرف خيط مساو لطول احدهما في نقطة γ وربط في الطرف الآخر نقطة مادية
فان هذه النقطة ترجع في المخني السكويدي δ بنفس الكيفية التي ترجع بها نقطة مادية مطلقة على
مخني سكويدي مادي δ

فاذا كان L رمز الطول لخيط المذكور اعني لطول البندول يكون $L = \gamma = \delta$ ويكون زمن الرجة
من يكون الى آخر مساويا الى $\tau = \sqrt{\frac{L}{g}}$

واذن ففي المحل الواحد من سطح الأرض يتغير زمن الرجة بالنسبة بجذر طول البندول γ بالنسبة الى L
ورابعا اذا اخذ جزء صغير جدا من المخني السكويدي من ابتداء α شكل α فري ان هذا الجزء يتحد
بتقريب كاف مع جزء من الدائرة المارة بنقطة α التي نصف قطرها γ ومركزها نقطة γ
وحينئذ اذا رجع بندول طوله L على قوس دائري ذي سعة صغيرة جدا وكافية لحصول الرجة فان زمن
الرجة يساوي

$$\tau = \sqrt{\frac{L}{g}}$$

وخامسا اذا كان L رمز الطول ببندول الثواني اي البندول الذي يمر من السكون الى السكون في ثانية
 α رمز الطول ببندول يرجع رجة واحدة في ثواني عددها α اي زمن رجة α من الثواني يكون

$$\alpha = \tau = \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \alpha^2 = \frac{L}{g}$$

$$L = g \alpha^2$$

ومن هنا يحدث

طول بندول الثواني - طول بندول الثواني في عرض لندره وجد بالتجربة انه يساوي 3913.86 بوصة
ومن مقدار الطول L هذا يمكن ايجاد مقدار عجلة الثقائل لأن

$$L = g \alpha^2 \quad \text{ومن هنا يحدث}$$

$$g = \frac{L}{\alpha^2} = \frac{3913.86}{(2\pi)^2} = 32.19 \text{ قدم}$$

وسيق من ذلك انه اذا كان α عجلة الثقائل في محلين مختلفين α و β من سطح الأرض فيهما يرجع البندول
رجات (اي يدق دقات) عددها α و β على التناظر في زمن معين فمن السهل المقارنة بين α و β بدلالة
 α و β

وذلك لأنه اذا كان α هو الزمن المعلوم يكون

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\tau}{\tau} = \frac{\sqrt{\frac{L}{g}}}{\sqrt{\frac{L}{g}}} = \frac{\alpha}{\beta}$$

ومن هنا يحدث

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2 = \frac{g}{g}$$

$$\frac{\alpha^2}{\beta^2} = \frac{g}{g} = 1 \quad \frac{\alpha^2}{\beta^2} = \frac{g}{g} = 1 \quad \frac{\alpha^2}{\beta^2} = \frac{g}{g} = 1 \quad \frac{\alpha^2}{\beta^2} = \frac{g}{g} = 1$$

الى

اذا أخذ بندول الثواني الى قمة جبل ارتفاعه h وكان المطلوب إيجاد مقدار عدد الدقات التي يفقد هذا البندول في يوم يقال

نقترض ان عجلة التناقل تتغير على حسب عكس مربع البعد من مركز الأرض وزمن نصف قطرها الأرض بالزمن t ولها في التناقل في سطح الجبل وفي قمة بالزمن t_0 h على التناظر وحينئذ يكون

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

فاذا كان t_0 هما زمن الرجعة في سطح الجبل وفي قمة على التناظر يكون

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad t_0 = \sqrt{\frac{2R}{g}}$$

واذا كان n عدد الدقات في زمن واحد في سطح الجبل وفي قمة على التناظر يكون

$$n = \frac{t}{t_0} = \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{R}}$$

$$\frac{n}{n_0} = \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{R}} = \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{R}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{h}{R}}} \approx 1 - \frac{1}{2} \frac{h}{R} \quad \text{تقريب}$$

فاذا كان $h = 1$ ميلا واحدا $h = 1609$ ميل $h = 1609 \times 1609 \times 1609 = 4.1 \times 10^9$ يكون

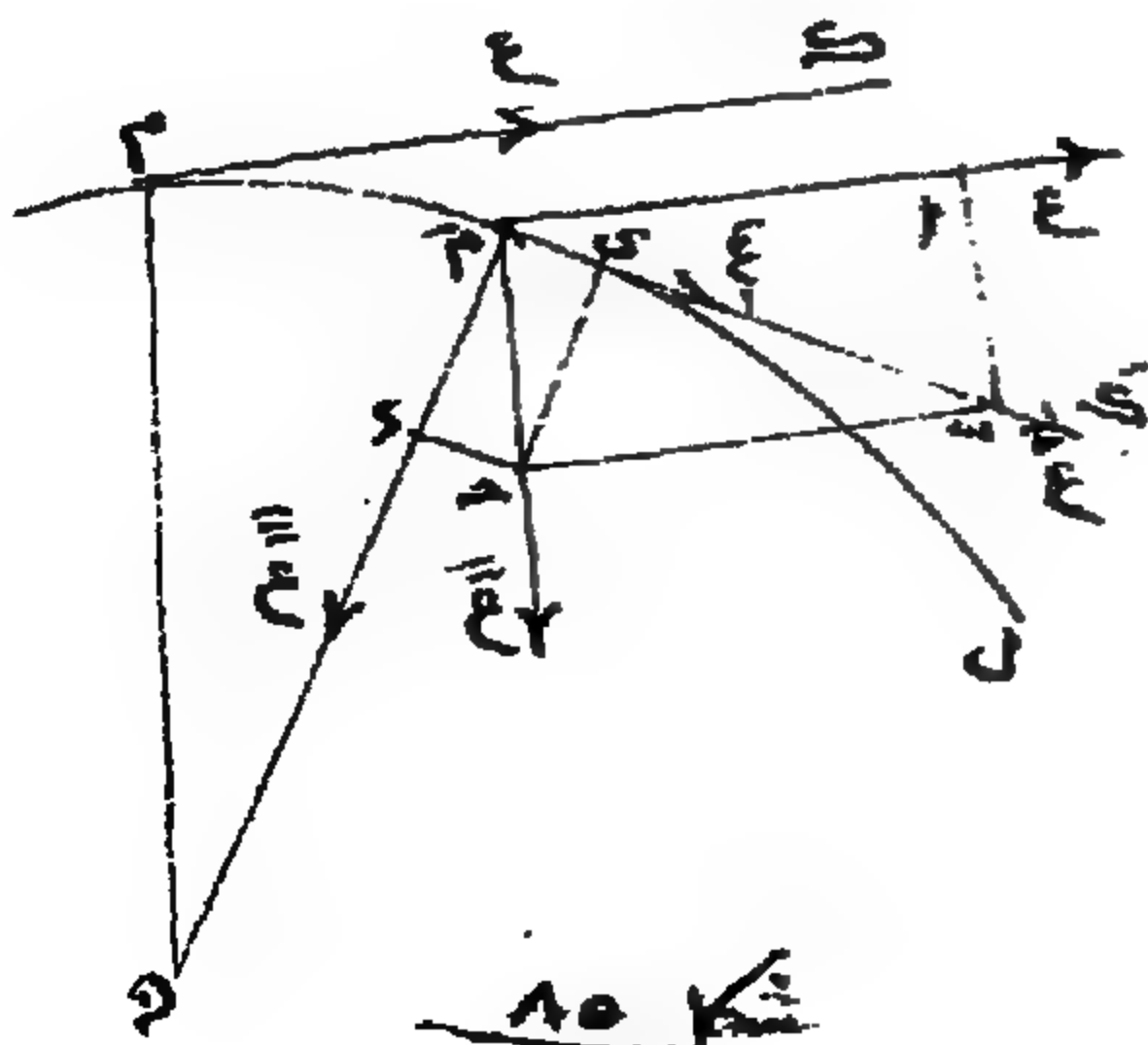
$$n - n_0 = \frac{1}{2} \frac{h}{R} = \frac{1}{2} \frac{4.1 \times 10^9}{1609^2} = 1.6$$

أعني بندول الثواني يفقد في هذه الحالة نحو 1.6 دقة في 4.1 ساعة

في العجلة المماسية والعمودية والكلية في الحركة المنحنية

متى كان متحرك نقطة منحنية فلتجاه سرعتها يتغير في كل لحظة فضاء عن تغير مقدارها وحينئذ يقتضي ان نعتبر خلاف العجلة في اتجاه المماس التي تسمى بالعجلة المماسية عجلة اخرى في اتجاه الخط العمودي تسمى بالعجلة العمودية ثم عجلة ثالثة تسمى بالعجلة الكلية ونوضح ذلك فنقول

اذا فرض ان m n شكله وضعان متساويان قريبان جدا من بعضهما للتحرك على خط سيره m ل مطابقا للزمنين t t_0 اللذين لا يفترقان عن بعضهما الا بمقدار



يسير جدا برزنا السرعة المتحرك في الوضع m على اتجاه المماس m k بالزمن t والسرعة في الوضع n على اتجاه المماس n k بالزمن t_0 فيمكن تحليل السرعة k الى سرعتين بحيث تكون احدها مساوية وموازية للسرعة k ولكن السرعة الاخرى $k_0 = k$

ثم نحلل السرعة k_0 الى سرعتين احدها على اتجاه المماس m k ولكن m $y = k_0$ والاخرى على اتجاه الخط العمودي

م؟ للمخني في نقطة م ولكن م = د = ع

وحيث ان زاوية ا م د أو م د ه صغيرة جدا بقدر ما يراد بسبب قرب نقطة م من نقطة م
بقدر ما يراد فكنظ العمودي دى لا يفرق الا بمقدار صغير جدا بقدر ما يراد عن قوس الدائرة
الذي مركزه د ونصف قطره د ه وحينئذ يكون دى = د ه = م = ع

ولكن م = د = دى + م د من الشكل حينئذ يكون

$$م = د = ع = ع + ع$$

واذا رمزنا للزمن الصغير جدا الذي هو الفرق بين زوايا بالمرءى يكون

$$\frac{ع}{د} = \frac{ع - ع}{د} \quad \text{وبأخذ نهاية الطرفين يكون}$$

$$\frac{ع}{د} = \frac{ع - ع}{د}$$

أعني أن نها $\frac{ع}{د}$ عبارة عن النهاية التي تميل إليها النسبة بين ازدياد السرعة المماسية وبين ازدياد
الزمن المستعمل لحصول هذه الزيادة وهي ما تسمى بالجملة المماسية

وحينئذ فالنهاية التي تميل إليها النسبة $\frac{ع}{د}$ تسمى بالجملة العمودية والنهاية التي تميل إليها النسبة $\frac{ع}{د}$
تسمى بالجملة الكلية أي أن

نها $\frac{ع}{د}$ تسمى بالجملة المماسية

نها $\frac{ع}{د}$ تسمى بالجملة العمودية

نها $\frac{ع}{د}$ تسمى بالجملة الكلية

الارتباط الواقع بين الجملة المماسية والعمودية والكليّة

أولاً من حيث أن الجملة المماسية هي نهاية نسبة ازدياد السرعة ع على ازدياد الزمن د فكون هي
المشتقة برتبة أولى للسرعة بدلالة الزمن

ويفهم من ذلك أن الجملة المماسية في التحرك المخني هي عين الجملة في التحرك المستقيم

وثانياً إذا كان م د هو العمودي للمخني في نقطة م فثلك م م د يمكن اعتباره كمثل مستقيم
الاضلاع وحينئذ يكون مثلث دى ب مشابه لمثلث م م د بسبب تعامد اضلاعهما ومنه يحدث

$$دى : دى ب :: م م د : م م د$$

$$\frac{دى}{د} = \frac{م م د}{م م د} \quad \text{أو}$$

$$\frac{دى}{د} = \frac{م م د}{م م د}$$

ولكن عند النهاية $\frac{م م د}{م م د} = ع$ م د يؤول الى ما يسمى بنصف قطر الاغنا الذي يرمز له بالرمز ن
وحينئذ يكون

$$\frac{دى}{د} = \frac{ن}{ع}$$

وحيث ان $\frac{H}{V} = \frac{H}{V} = \frac{H}{V} = \frac{H}{V}$ العجلة العمودية فاذا رمز للعجلة العمودية المذكورة بالرمز $\frac{H}{V}$ يكون

$$\frac{H}{V} = \frac{H}{V}$$

اعني ان العجلة العمودية تساوي خارج قسمة مربع سرعة المتحرك على نصف قطر انحناء مخطط السير وثالثا من مثلث قائم الزاوية في $\frac{H}{V}$ يحدث

$$\frac{H}{V} = \frac{H}{V} + \frac{H}{V} \text{ أو } \left(\frac{H}{V}\right) = \left(\frac{H}{V}\right) + \left(\frac{H}{V}\right)$$

وبأخذ نهاية الطرفين يحدث

$$\frac{H}{V} = \frac{H}{V} + \frac{H}{V} \text{ أو } \frac{H}{V} = \frac{H}{V} + \frac{H}{V}$$

حيث ان $\frac{H}{V}$ عبارة عن مربع العجلة الكلية $\frac{H}{V}$ $\frac{H}{V}$ عبارة عن مربع العجلة المماسية $\frac{H}{V}$ $\frac{H}{V}$ عبارة عن مربع العجلة العمودية فينتد اذا رمزنا للعجلة الكلية بالرمز $\frac{H}{V}$ وللجولة المماسية بالرمز $\frac{H}{V}$ يكون

$$\frac{H}{V} = \frac{H}{V} + \frac{H}{V}$$

اعني ان العجلة الكلية يمكن حسابها كوتر مثلث قائم الزاوية احد ضلعين المحيطين بالقائمة العجلة المماسية والضلع الآخر العجلة العمودية

وينتج من ذلك اولاً حينما تكون العجلة العمودية معدومة فالعجلة الكلية تساوي العجلة المماسية ولكن حيث كانت العجلة العمودية تساوي $\frac{H}{V}$ فينتد انعدامها لا يقع الا اذا كانت السرعة ع معدومة بالكلية اعني انه لا يوجد متحرك أصلاً أو ان نصف قطر الانحناء $\frac{H}{V}$ يكون مقداره الى ما لا نهاية له اعني ان خط السير يكون خطاً مستقيماً وحيث انه لا يجوز انعدام السرعة بوجود الحركة فينتد انعدام العجلة العمودية يدل على أن خط السير مستقيم

وثانياً حينما تكون العجلة الكلية ثابتة المقدار والاتجاه كخط السير يكون قطعاً مكافئاً لأنه اذا اعتبرنا اتجاه السرعة الابتدائية ع محاور السينات واتجاه العجلة الكلية محاور الصادات بفرض انعدام العجلة الكلية المذكورة يتحرك المتحرك على اتجاه محاور السينات تحركاً منتظماً ويكون

$$\frac{H}{V} = \frac{H}{V}$$

واذا كان الأمر بالعكس بأن كانت العجلة الكلية هي الموجودة فقط فالمتحرك يتحرك على اتجاه محاور الصادات تحركاً منتظماً ويكون

$$\frac{H}{V} = \frac{H}{V}$$

وبوجود هاتين الحركتين في آن واحد بسبب وجود السرعة الابتدائية والعجلة الكلية معا يمكن

الموصول على خط السير بجذب من المعادلتين المذكورتين وحينئذ يحدث

$$ص = \frac{ك}{ع} \times س$$

وهي معادلة قطع مكافئ منسوب الى المماس والى القطر الذى يمر بنقطة التماس
الضغط على مخن - اذا تحركت نقطة مادية على مخن سكلويدي محوره رأسى شكل ٥٣ بتأثير الشاقل
وكان المطلوب إيجاد الضغط على المخن المذكور يقال

اذا فرض ان م هو مجسم المتحرك السائر على تقعر المخن وان م هو رد الفعل او الضغط الذى
يحدثه المخن المادى على المتحرك المذكور في جهة التقعر المساوى للضغط الذى يحدثه ذلك المتحرك
على المخن في الجهة المضادة يكون $\frac{ك}{ع}$ هو العجلة الناشئة عن هذا الضغط واذا رمزنا لرمز الزاوية
التي يكونها العمودى للسطح مع الخط الرأسى فنحن حيث ان قوة الشاقل تؤثر الى اسفل فيكون
 $ح$ $ص$ هي عجلة العجلة الشاقل المؤثرة في اتجاه $ك$ $ل$ $\frac{ك}{ع}$ - $ح$ $ص$ هو مقدار العجلة
الكلية المؤثرة في اتجاه العمودى للسطح ولكن من حيث ان المقدار المذكور عبارة عن العجلة العمودية
التي مقدارها هو $\frac{ك}{ع}$ ما تقدر هو $\frac{ك}{ع}$ فيكون

$$\frac{ك}{ع} = \frac{ك}{ع} - ح$$

$$م = \left(\frac{ك}{ع} + ح \right) م$$

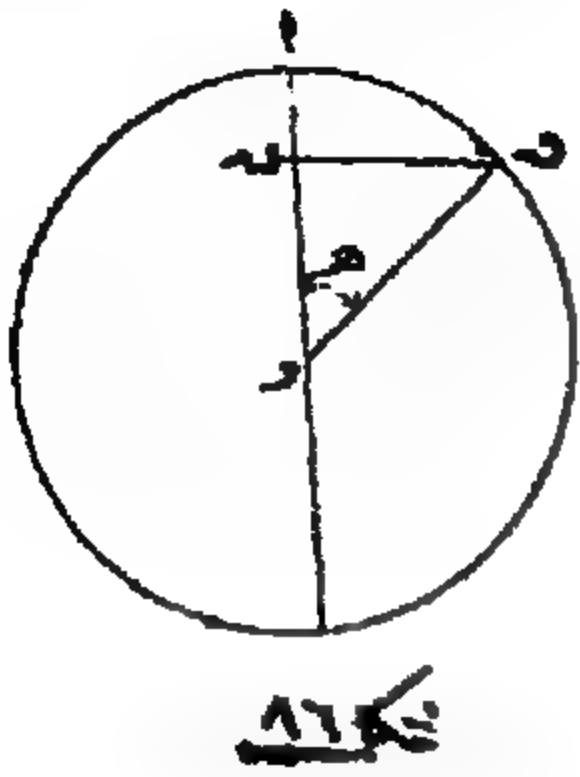
وهي المعادلة المطلوبة التي يتعين منها مقدار الضغط على المخن
وننتج من ذلك أولا اذا رسم المتحرك مخنيا سكلويديا بربطه بخيط كما تقدر فتحة الخيط الواقعة
على المتحرك تكون مساوية للضغط على المخن أى ان شدة الخيط في أى وضع مثل $ك$ $ل$ $و$ شكل ٥٤
تكون مساوية الى $م$ $\left(\frac{ك}{ع} + ح \right) م$

وثانيا اذا تحرك متحرك على مخن ما بتأثير أى قوة وكان $ص$ رمز العجلة في اتجاه العمودى على السطح
معتبرة موجبة في جهة التقعر فبناء على ما تقدر يكون
 $م = \left(\frac{ك}{ع} - ص \right) م$

ونالنا حيث ان المخن يحدث قوة دفع فقط على المتحرك فاذا صار مقدار $ص$ سالبا في حالة ما (بمعنى
ان المخن يحدث قوة جذب) فانا المتحرك يترك المخن في النقطة التي فيها $ص = ٠$ لأنه متى
مر الجسم من هذه النقطة فإن مقدار $ص$ تتغير اشارة من الايجاب الى السلب
فاذا كان المتحرك مارا في انبوبة مخنية قطرها الداخل صغير جدا بدلا من تحركه على مخن بسيط فان اتجاه
الضغط الذى تحدثه الانبوبة على المتحرك يتغير في نقطة مثل النقطة السابقة بمعنى أنه اذا كان
المتحرك في احد جانبي النقطة فان الضغط يؤثر في جهة تقعر المخن واذا كان المتحرك في الجهة
الأخرى من النقطة المذكورة فان الضغط يؤثر في جهة تحديق المخن وبالعكس

ولنوضح القواعد المتقدمة بالمسالتين الآتيتين فنقول —

المسألة الأولى — متحرك نازل من السكون على قوس من دائرة رأسية ملسا والمطلوب معرفة الوضع الذي يترك فيه المتحرك المذكور تلك الدائرة



لذلك نفرض ان c هي سرعة المتحرك في وضع ماء مثل $هـ$ شكل ٨٦ حينما ينزل على الدائرة وأن $و$ هو اتجاه القطر الرأسى $هـ$ وهو المركز $ح$ هو نصف القطر الرأسى ثم $د$ $هـ$ أفقيا ونفرض ان زاوية $هـ و ا = هـ$ وأن $ر$ هو الضغط الحادث من المحيط على المتحرك المائل لابعاد المتحرك المذكور عن نقطة $و$ حينئذ يكون

$$ع = ح \times د = ا$$

حيث أن المتحرك خارج من السكون من نقطة $ا$ ومن حيث ان نصف قطر الانحناء واحد في كل نقطة ويساوى $هـ$ فيكون $\frac{ع}{هـ}$ هو مقدار الجلبة في نقطة $هـ$ في الاتجاه $هـ و$ ولكن حيث ان $ح$ هو محالة الجلبة التفاضل في الاتجاه $هـ و$ فيكون $ح$ هو الجلبة الكلية للمتحرك الحاصلة في الاتجاه $هـ و$ ويحدث

$$\frac{ع}{هـ} = ح - ح = \frac{ع}{هـ} \text{ ومنها يكون}$$

$$ر = م (ح - ح) = \frac{ع}{هـ}$$

وحيث ان $ع = ح \times د = ا$ $د = ح$ (١ - ح) فيكون

$$ر = م (١ - ح)$$

ومن هذه المعادلة يتعين مقدار الضغط في أى نقطة مثل $هـ$ ومتى كان $ح$ أكبر من $\frac{ع}{هـ}$ يكون $ر$ موجبا ويبقى المتحرك مما سالفه ولكن متى زاد $ح$ بحيث يصير $ح$ أصغر من $\frac{ع}{هـ}$ فإن $ر$ يصير سالبا ويلزم ان يحدث عن المخنى قوة جذب لكى يبقى المتحرك ملاصقا له وحينئذ ففي النقطة التى فيها $ح = \frac{ع}{هـ}$ تتغير اشارة $ر$ من الايجاب الى السلب ويترك المتحرك المخنى ولكن في النقطة التى فيها $ح = \frac{ع}{هـ}$ يكون $ا = هـ$ ويكون $\frac{ع}{هـ} = \frac{ا}{هـ}$ وبعد ان يترك المخنى المذكور يبتدى فى رسم منحنى قطع مكافئ

المسألة الثانية — متحرك يدور فى مستو رأسى مربوط فى طرف خيط غير مرئ طرفه الآخر ثابت والمطلوب ايجاد مقدار الشد الواقع على الخيط المذكور فى وضع ما وتعين الشروط اللازمة لأجل ان يرسم المتحرك محيطا كاملا

لذلك نفرض ان $و$ شكل ٨٦ هو الطرف الثابت للخيط الذى طوله $= هـ$ $ا$ وضع المتحرك حينما يكون الخيط $هـ و$ صانعا مع الرأسى $وا$ زاوية قدرها $هـ$ وحينئذ يكون

$$ا = هـ = (١ - ح) هـ$$

واذا فرض أن ش رمز شد الحيط حينما يكون المتحرك في نقطة ه وأن ع ه السرعة حينما يكون المتحرك في ا ا ه
على التناظر يكون $ع = ع + ح ه \times ا ه = ع + ح ه (١ - ح ه)$

وحيث أن عجلة شد الحيط في الاتجاه ه ه هي ش ومجالة العجلة التثاقل في الاتجاه ه ه المذكور هي
ح ه فيكون ش + ح ه ه هو مقدار العجلة الكلية في اتجاه ه ه وعليه يكون
 $ش + ح ه ه = \frac{ع}{ه} = \frac{ع}{ه} + ح ه (١ - ح ه)$

ومنها يحدث

$$ش = م \left[\frac{ع}{ه} + ح ه (١ - ح ه) \right]$$

وهي المعادلة التي يتعين منها مقدار شد الحيط في أي وضع كان
ويرى من ذلك أن مقدار ش يكون نهاية صغرى حينما يكون ح ه = ١ اعني حينما يكون ه ه = ٠
أي عند ما تكون نقطة ه ه في نقطة ٢ ثم يأخذ مقدار ش في الازدياد بازدياد ه ه الى أن تكون
ه ه = ط أي حينما يكون المتحرك في أوطى نقطة وحينئذ يكون مقدار ش نهاية عظمى
ولاجل أن يرسم للتحرك محيطا كاملا يجب أن لا يكون شد الحيط سائبا أبدا إذا كان في هذه الحالة يكون الحيط غير مشدود فاذ جعلنا أصغر
مقادير ش مساويا للصفر أي جعلنا ش = ٠ حينما يكون ه ه = ٠ يكون

$$\frac{ع}{ه} + ح ه (١ - ح ه) = ٠ \text{ ومنها يحدث}$$

$$ع = ح ه \text{ أو } ع = \sqrt{ه ه}$$

ومن هذه المعادلة يتعين مقدار السرعة الأصغر ما يمكن للمتحرك في وضعه الأعلى ما يكون حتى
يمكن أن يرسم محيطا كاملا

وحيث أن السرعة الأكبر ما يمكن تكون في النقطة السفلى فإذا كان ع = $\sqrt{ه ه}$
يكون مقدار السرعة العظمى مساويا الى $\sqrt{ه ه}$

وعلى هذا تكون المعادلة التي يتعين منها مقدار شدة الحيط هي ش = م ه (١ - ح ه)
وحيث أن النهاية العظمى لهذا المقدار تحقق حينما يكون ح ه = ١ اعني حينما يكون المتحرك في
أوطى نقطة فتكون قوة الشد في هذه الحالة مساوية الى
 $م ه \times ثقل المتحرك$

وبناء على ما ذكر يرى أنه لاجل أن يرسم المتحرك محيطا كاملا يلزم تحقق الشرطين الآتيين
أولا أن لا تكون السرعة في أوطى نقطة أصغر من $\sqrt{ه ه}$

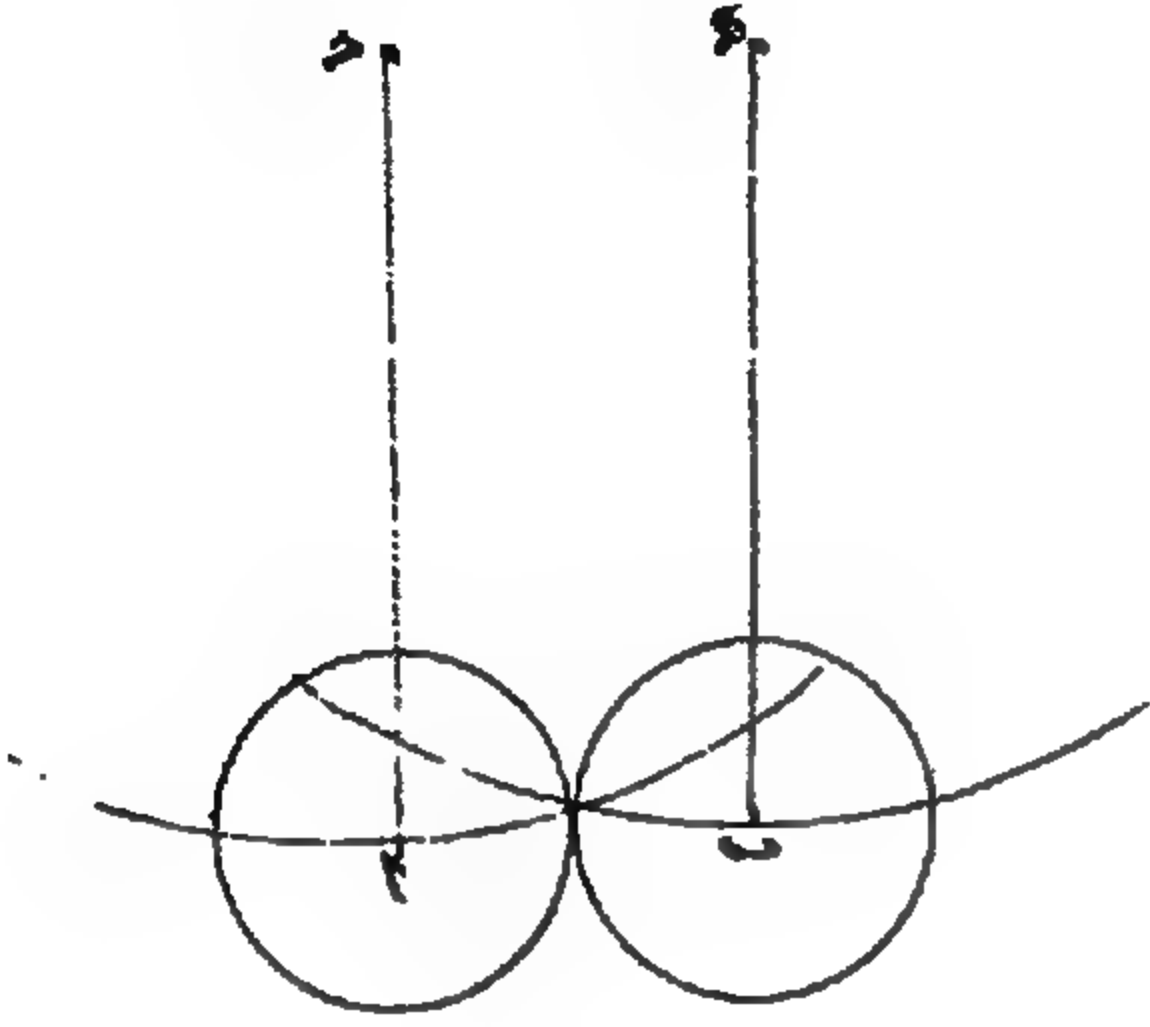
وثانيا أن الحيط يمكن أن يتحمل شدا مساويا لستة أمثال ثقل المتحرك على الأقل
طريقة لتعيين مرونة الكرات

قد استعمل لوتون لتعيين مرونة المواد المختلفة الطريقة الآتية وهي

أنه علق كرتين ا ا ب شكل ٨٧ في نقطتين ثابتتين ه ه و ج جين متوازيين وجعلهما متساويين
في نهايتي

في نهايتي قطرين افقيين

وحينئذ اذا اخرجت الكرتان عن الوضع الرأسى بمقدار قوسين معلومين فإن السرعتين اللتين تتصادم بهما الكرتان المذكورتان يمكن إيجادهما كما تقدم (بموجب النتيجة الثالثة من التنبيه المذكور في بحث التترك على مخرج)



شكل ٨٧

وبواسطة تقويض هذين القوسين بطريقة مناسبة يمكن ان تتصادم الكرتان في أوطى وضع لهما وبلازمة القوسين اللذين ترسمهما الكرتان المذكورتان ثانياً يمكن تعيين السرعتين اللتين يتفصلان بهما بعد التصادم ويمكن بناء على ذلك تعيين معامل المرونة

ونجاء من هذا القبيل وجد المعلم نوتون ان معامل مرونة الكرات المجدولة من الصوف هو $\frac{1}{4}$ والكرات التي من الصلب نحو ذلك تقريباً والكرات التي من الفلين أقل من ذلك بقليل والعاج $\frac{1}{8}$ والزجاج $\frac{1}{10}$ وقد ذكر انه يلزم تصليح هذه المعاملات من الخطأ الحاصل من مقاومة الهواء ثم اذا اخرجت الكرة ب من وضعها الاصلى وتركت لتضرب الكرة ا الساكنة فإن سرعة كل منهما بعد التصادم تكون عين السرعة التي تحصل بناء على القواعد التي ذكرت في بحث التصادم

واذا فرض ان الكرتين كانتا من خشب وكان بأحدهما عنصر صغير من الصلب لمس كرة ا بعد التصادم فيتعديل القوسين اللذين تخرج بهما الكرتان يمكن اعطاء الكرتين المذكورتين عند التصادم سرعتين مناسبتين لعكس حجمهما وبواسطة تخيل احدهما بالرصاص يمكن جعل النسبة بين حجمهما حسب الارادة وعليه فتبقى الكرتان في سكون بعد التصادم وبينهم من ذلك ان كليتي التترك المتساويتين والمختلفتي الجهة يتماحيان معا

والى هنا قرا طبع اللازم قد ريسه لتلامذة السنة الثانية من مدرسة المهندسخانة الخديوية على حسب البروجرام وعلى الله حسن الأشكال

